

## Transzformációs táblázat

| $f(t)$                          | $F(s)$                              | $f(nT_0) = f^*(t)$                                                        | $F(z)$                                                                                       |
|---------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\delta(t)$                     | 1                                   | $\delta(nT_0) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$        | 1                                                                                            |
| $\delta(t - T_h)$               | $e^{-T_h s}$                        | $\delta(nT_0 - kT_0) = \begin{cases} 1, n = k \\ 0, n \neq k \end{cases}$ | $z^{-k} = \frac{1}{z^k}$                                                                     |
| 1(t)                            | $\frac{1}{s}$                       | 1 vagy $1(nT_0)$                                                          | $\frac{z}{z-1}$                                                                              |
| $t$                             | $\frac{1}{s^2}$                     | $nT_0$                                                                    | $\frac{zT_0}{(z-1)^2}$                                                                       |
| $0,5t^2$                        | $\frac{1}{s^3}$                     | $\frac{(nT_0)^2}{2}$                                                      | $\frac{(z+1)zT_0^2}{2(z-1)^3}$                                                               |
| $t^3/6$                         | $\frac{1}{s^4}$                     | $\frac{(nT_0)^3}{6}$                                                      | $\frac{T_0^3}{6} \frac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$                                                |
| $e^{-at}$                       | $\frac{1}{s+a}$                     | $e^{-anT_0}$                                                              | $\frac{z}{z-e^{-aT_0}}$                                                                      |
|                                 |                                     | $a^n$ vagy $a^n 1(nT_0)$                                                  | $\frac{z}{z-a}$                                                                              |
| $te^{-at}$                      | $\frac{1}{(s+a)^2}$                 | $nT_0 e^{-anT_0}$                                                         | $\frac{zT_0 e^{-aT_0}}{(z-e^{-aT_0})^2}$                                                     |
| $\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b-a}$ | $\frac{1}{(s+a)(s+b)}$              | $\frac{e^{-anT_0} - e^{-bnT_0}}{b-a}$                                     | $\frac{1}{b-a} \cdot \frac{z(e^{-aT_0} - e^{-bT_0})}{(z-e^{-aT_0})(z-e^{-bT_0})}$            |
| $1 - e^{-at}$                   | $\frac{a}{s(s+a)}$                  | $1 - e^{-anT_0}$                                                          | $\frac{z(1 - e^{-aT_0})}{(z-1)(z-e^{-aT_0})}$                                                |
| $\sin \omega t$                 | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$     | $\sin \omega nT_0$                                                        | $\frac{z \sin(\omega T_0)}{z^2 - 2z \cos(\omega T_0) + 1}$                                   |
| $\cos \omega t$                 | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$          | $\cos \omega nT_0$                                                        | $\frac{z(z - \cos(\omega T_0))}{z^2 - 2z \cos(\omega T_0) + 1}$                              |
| $e^{-at} \sin \omega t$         | $\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$ | $e^{-anT_0} \sin \omega nT_0$                                             | $\frac{ze^{-aT_0} \sin(\omega T_0)}{z^2 - 2e^{-aT_0} z \cos(\omega T_0) + e^{-2aT_0}}$       |
| $e^{-at} \cos \omega t$         | $\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$    | $e^{-anT_0} \cos \omega nT_0$                                             | $\frac{z^2 - ze^{-aT_0} \cos(\omega T_0)}{z^2 - 2e^{-aT_0} z \cos(\omega T_0) + e^{-2aT_0}}$ |

**tartószerv:**  $G_{\text{tartó}} G_{\text{objektum}}(z) = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{G_{\text{objektum}}(s)}{s} \right\}$

**DPID sebesség algoritmus:**  $u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$

ahol  $q_0 = K(1 + \frac{T_D}{T_0})$ ,  $q_1 = -K(1 - \frac{T_0}{T_I} + 2\frac{T_D}{T_0})$ ,  $q_2 = K\frac{T_D}{T_0}$

### A z-transzformációra vonatkozó főbb összefüggések

| Összefüggés                                               | Időfüggvény /<br>Laplace transzformált                                            | z-transzformált                                                                 |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| z-transzformáció<br>értelmezése                           | $f(nT_0)$                                                                         | $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_0) \cdot z^{-n}$                               |
| egyszeres pólusoknál                                      |                                                                                   | $F(z) = \sum_{i=1}^p \frac{F_z(p_i)}{F_p(p_i)} \cdot \frac{z}{z - e^{T_0 p_i}}$ |
| Inverz z-transzformáció                                   | $f(nT_0) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} F(z) \cdot z^{n-1} dz$                 | $F(z)$                                                                          |
| Áttérés az s és z-sík között<br>definíció szerint         | $s \rightarrow \frac{1}{T_0} \ln z$                                               | $z \rightarrow e^{sT_0}$                                                        |
| előre felé vett<br>differenciák                           | $s \rightarrow \frac{z-1}{T_0}$                                                   | $z \rightarrow 1 + sT_0$                                                        |
| visszafelé vett<br>differenciák                           | $s \rightarrow \frac{z-1}{zT_0}$                                                  | $z \rightarrow \frac{1}{1 - sT_0}$                                              |
| Tustin módszer                                            | $s \rightarrow \frac{2}{T_0} \cdot \frac{z-1}{z+1}$                               | $z \rightarrow \frac{1 + sT_0/2}{1 - sT_0/2}$                                   |
| Linearitás,<br>szuperpozíció                              | $cf(nT_0)$<br>$c_1 f_1(nT_0) + c_2 f_2(nT_0)$                                     | $cF(z)$<br>$c_1 F_1(z) + c_2 F_2(z)$                                            |
| Differenciahányados<br>visszafelé vett<br>előre felé vett | $\frac{f(nT_0) - f((n-1)T_0)}{T_0}$<br>$\frac{f((n+1)T_0) - f(nT_0)}{T_0}$        | $\frac{z-1}{zT_0} F(z)$<br>$\frac{z-1}{T_0} F(z)$                               |
| Eltolási tétel                                            | $f(kT_0 - nT_0)$                                                                  | $z^{-n} F(z)$                                                                   |
|                                                           | $f(kT_0 + mT_0)$                                                                  | $z^m \left( F(z) - \sum_{i=0}^{m-1} f(iT_0) \cdot z^{-i} \right)$               |
| Csillapítási tétel                                        | $f(kT_0) a^{kT_0}$                                                                | $\sum_{k=0}^{\infty} f(kT_0) a^{kT_0} z^{-kT_0} = F\left(\frac{z}{a}\right)$    |
| Konvolúció tétel                                          | $f_1(kT_0) * f_2(kT_0)$                                                           | $F_1(z) \cdot F_2(z)$                                                           |
| Kezdetiérték-tétel                                        | $\lim_{k \rightarrow 0} f(kT_0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} F(z)$ |                                                                                 |
| Végérték-tétel                                            | $\lim_{k \rightarrow \infty} f(kT_0) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} F(z)$ |                                                                                 |