

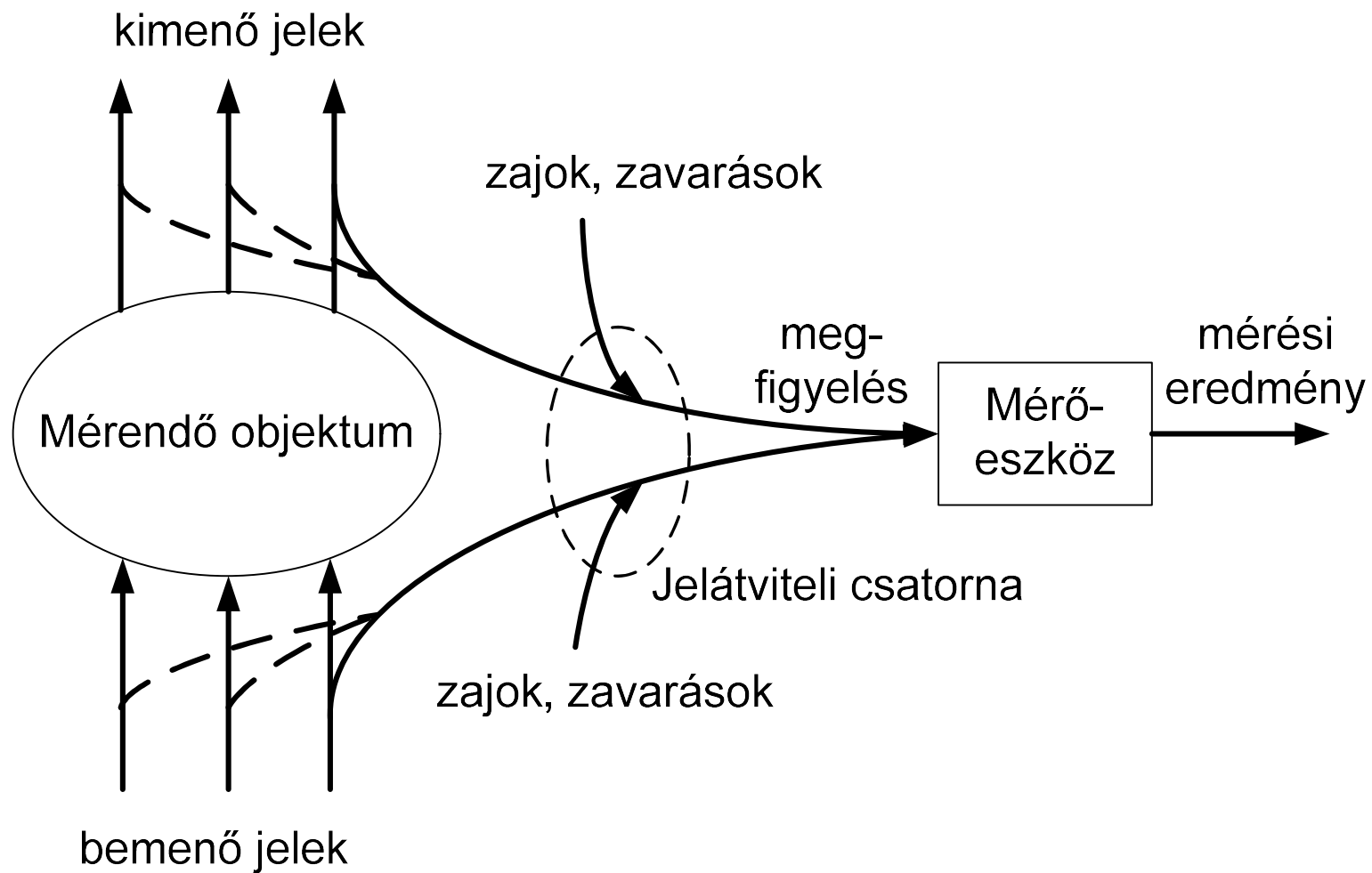
Mérési hibák

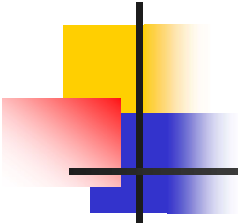
Gerzson Miklós

Pannon Egyetem, Villamosmérnöki és Információs
Rendszerek Tanszék

2019/2020 II. félév

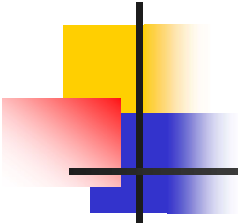
Mérés jel- és rendszerelméleti modellje





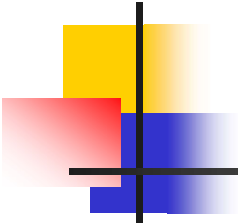
Mérési hibák

- mérési hiba: a meghatározandó értékre a mérés során kapott eredmény és ideális értéke közötti különbség
- általánosított mérési hiba: a valóságos és az ideális mérési eredmények közötti távolság (az adott szimbólum halmazon értelmezve)



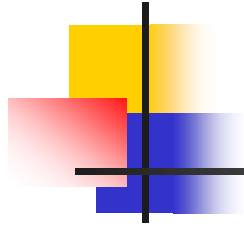
Mérési hibák

- minden mérés hibával terhelt!
- okai
 - megfigyelés, mérés körülményei
 - mérőeszköz tulajdonságai
 - külső zavarok
 - emberi tényezők



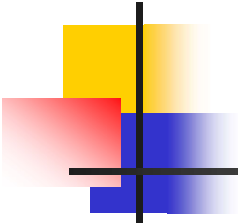
Hibaforrások

- általánosan nehéz megadni, az adott mérési területre jellemző
 - mintavétel, előkészítés, egyes komponensek hatása
 - méréshez felhasznált segédanyagok
 - mérőeszköz állapota, pontossága
 - alkalmazott mérési módszer, matematikai modell pontossága
 - mérést végző személy szubjektivitása, hozzáértése, gondossága



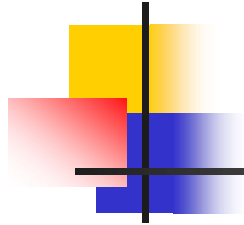
Hibaforrások

- adatfeldolgozás problémái
 - programhibák
 - adatbeviteli, -tárolási hibák
 - hardware hibák
 - konverziós hibák



Irányított mérőrendszer

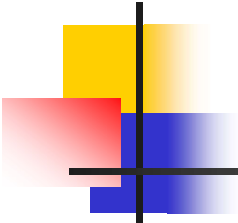
- kísérletek rögzített körülmények között történő elvégzése
 - zavaróhatások kezelése
 - kiküszöbölés
 - állandó értéken tartás
 - figyelembe vétel
- párhuzamos mérések végzése
- mérési eredmények feldolgozása a matematikai statisztika módszereivel
- kísérlet minden adatának rögzítése



Irányított mérőrendszer

- ha teljesíthetők ezek a feltételek, akkor a mérési eredmények
 - azonos (normális) eloszlásúak lesznek
 - a szórás kicsi
 - torzítatlanság
- ha nem
 - nagyobb szórás
 - torzítottság

- Mérési hibák csoportosítása
 - leírásuk
hibafüggvények (abszolút hiba, relatív hiba)
 - jellegük
hibatípusok (dinamikus, statikus,)
 - eredetük
(műszerhiba, etalonhiba, környezeti hiba,
mérési módszer hibája, beépítési hiba)



Hibafüggvények

- Hibafüggvények

- abszolút hiba H_i

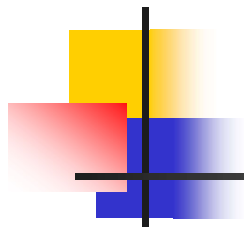
$$H_i = x_i - x_0$$

azaz a mért érték (x_i) és a pontos érték (x_0) különbsége az i -dik mérésnél

- relatív hiba h_i

$$h_i = (H_i / x_0) \cdot 100$$

azaz az abszolút hiba (H_i) és a pontos érték (x_0) százalékos aránya az i -dik mérésnél



Hibafüggvények

- műszer pontosságának megadása:

- digitális kijelzésű műszer esetén

$\pm 0.5\% \pm 2\text{digit}$

relatív hiba a
teljes tartományban



abszolút hiba

- analóg kijelzésű műszer esetén
abszolút hiba az osztásközre
vonatkoztatva

- Példa
 - digitális kijelzőjű hőérzékelő
 - tartomány: 0 – 600 °C
 - pontosság: $\pm 0.8\% \pm 2\text{digit}$
 - mérendő hőmérséklet: 350 °C
 - mérés relatív hibája:

$$h_i = 0.8\% + \frac{2\text{ }^{\circ}\text{C}}{350\text{ }^{\circ}\text{C}} \cdot 100\% = 1.37\%$$

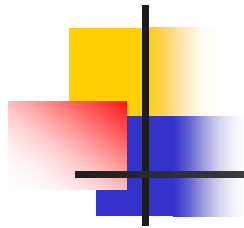
- gond: a helyes értéket általában nem ismerjük ezért helyette a mért értékhez viszonyítjuk a műszerkönyvben megadott abszolút hibát

- például, ha az előző esetben $352\text{ }^{\circ}\text{C}$ volt a mérés eredménye, akkor a relatív hiba:

$$h_i = 0.8\% + \frac{2\text{ }^{\circ}\text{C}}{352\text{ }^{\circ}\text{C}} \cdot 100\% = 1.368\%$$

- ugyanakkor, ha a helyes érték $350\text{ }^{\circ}\text{C}$ volt, akkor az abszolút hiba

$$H_i = 2\text{ }^{\circ}\text{C}$$



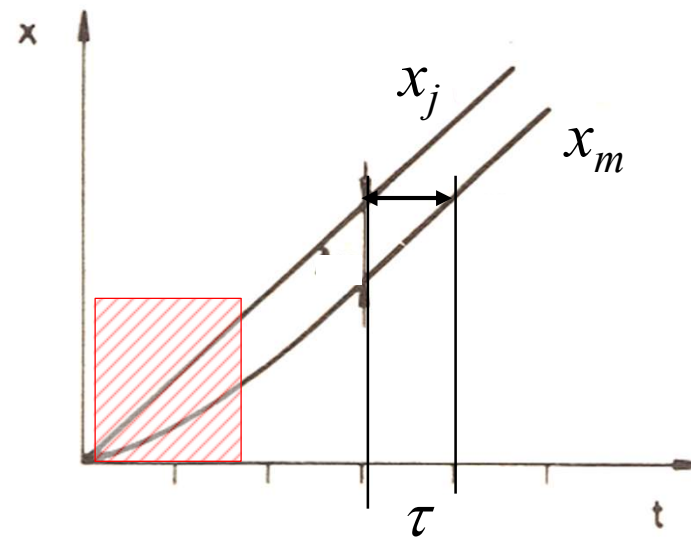
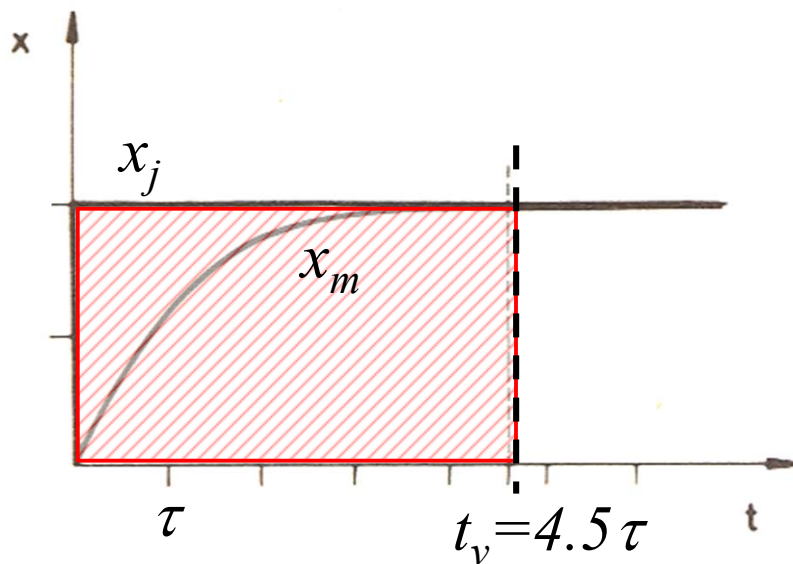
Hibatípusok

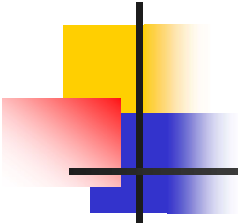
- Hibatípusok osztályzása
 - dinamikus hiba
 - statikus hiba
 - véletlenszerű hiba
 - véletlen hiba
 - kiugró hiba
 - nagyságrendi eltérés
 - rendszeres (módszeres) hiba

Dinamikus hiba

- Dinamikus hiba
a mérés a műszer tranziens állapotában történik

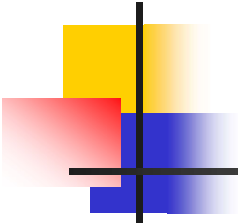
x_j – mérendő jel, x_m – műszer által mutatott érték





Statikus hiba

- Statikus hiba
 - mérés a műszer „beállása” után történik
 - véletlenszerű hibák és rendszeres hibák
- véletlenszerű hibák
 - konkrét értéke előre nem megadható, azaz nem lehet korrigálni
 - megadása konfidencia intervallummal
 - csökkentése párhuzamos méréssel
 - véletlen hibák, kiugró hibák, rendkívüli hibák



Véletlen hibák

- irányított mérés mellett is előfordul
- hiba forrása alapvetően a zaj
- statisztikai jellemzés
 - normális eloszlás
 - nulla várható érték
 - adott szórás
- jellemzés a szórása alapján

- elméleti szórás

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}}$$

- ahol
 - x_0 a keresett paraméter ideális értéke
 - n a mérések száma, de $n \rightarrow \infty$
- azaz az elméleti szórás meghatározásához elvileg ismerni kellene a meghatározandó értéket (x_0 -t) és igen nagy számú (n) mérést kellene végeznünk – ez csak speciális esetben lehetséges

- tapasztalati szórás

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- ahol
 - $\bar{x}$ a mérések átlaga
 - n a mérések száma, de n véges érték
- a becslés egyszerűsített képlete:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}{n - 1}}$$

- relatív szórás (százalékos relatív szórás)

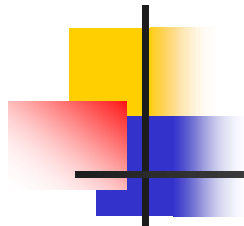
$$s_{rel} = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 \quad \text{ahol } \bar{x} \text{ a középérték}$$

- középérték szórása

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{ahol } n \text{ a mérések száma}$$

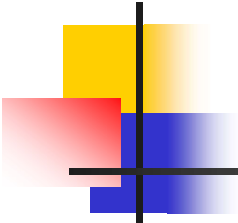
- középérték relatív szórása

$$s_{\bar{x},rel} = \frac{s}{\bar{x}\sqrt{n}} \cdot 100$$



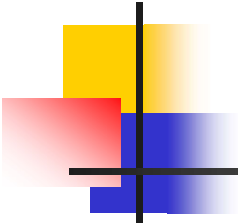
Véletlen hibák

- a szórás értéke az adott mérési eljárásra, műszerre, mérést végző személyre jellemző
- a *pontosság* a mérések számával általában nő
- véletlen hibával terheltnek tekintjük a mérést, ha annak várható értéke $\pm 3\sigma$ -nyi tartományon belül van a helye értékre nézve
- véletlen hibák esetében a tapasztalati szórást előírt, általában 2%-os értéken belül tartjuk
- az optimális mérési szám meghatározható



Kiugró hibák

- az irányított mérés feltételei nem teljesülnek
- a hiba várható értéke nem feltétlenül nulla
- meghatározás hihetőség vizsgálattal
- értéke $\pm 3 - 6 \sigma$

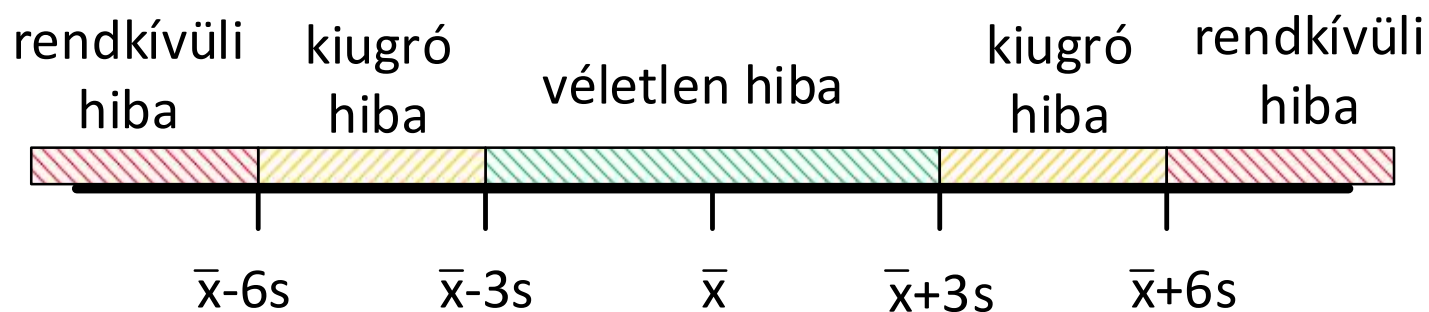


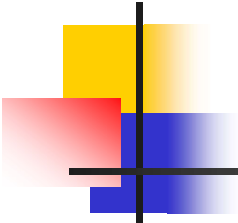
Rendkívüli hibák

- a mérés eredménye lényegesen eltér a várt értéktől, akár nagyságrendnyi eltérés is lehet
- várható érték, szórás nem becsülhető
- mérés nem irányított, de a kiugró hibához képest nagyobb gond
- felderítéséhez alapos vizsgálat: mérési jegyzőkönyvek, bizonylatok

Véletlenszerű hibák

- mérési eredmények besorolása véletlenszerű hibák alapján



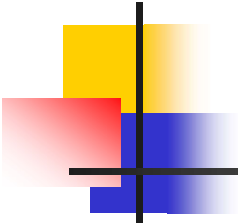


Rendszeres hibák

- módszeres hiba, systematic error
- hatása: a mérési eredmények várható értéke (átlaga) nem egyezik meg a valódi eredménnyel:

$$\Delta = \bar{x} - x_0 \neq 0$$

ahol $\bar{x}$ a mérési eredmények átlaga
 x_0 a mért változó valódi értéke

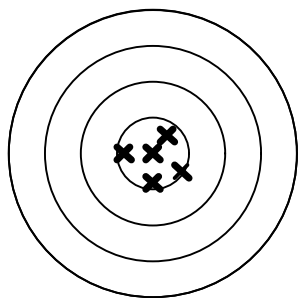


Rendszeres hibák

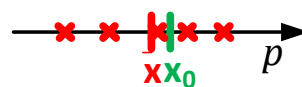
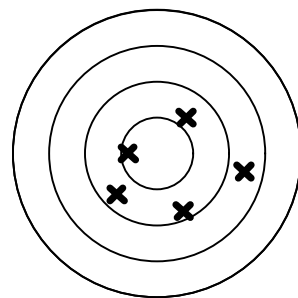
- *helyes mérés*: nincs vagy csak minimális a rendszeres hiba
- *pontos mérés*: csak véletlen hiba van és az is csak elfogadható mértékű

Rendszeres hibák

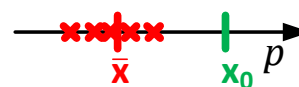
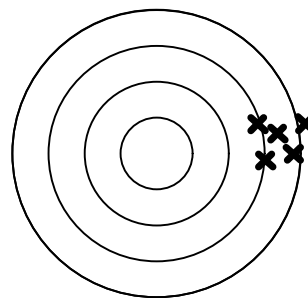
helyes
pontos



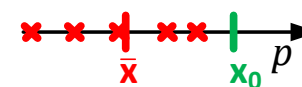
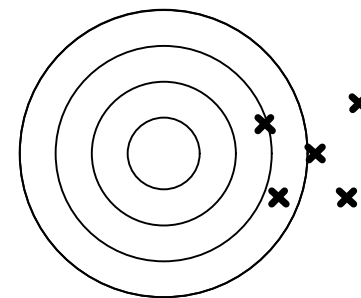
helyes
pontatlan

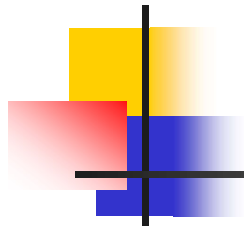


helytelen
pontos



helytelen
pontatlan



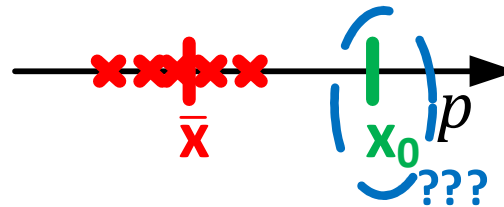


Rendszeres hibák

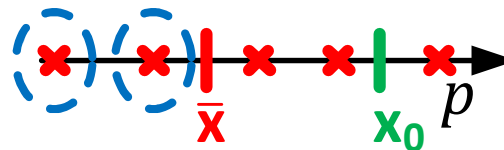
- mindig egy irányba hat – torzítja a mérési eredményt
- okai
 - mérőeszköz
 - minta (mintavétel, minta előkészítése)
 - mérés
 - kiértékelés (számítási eljárás, kiértékelő görbe)
 - külső körülmények hatásai

Rendszeres hibák

- Rendszeres hiba felkutatása
 - hiába pontos a mérés (kicsi a tapasztalati szórás), a rendszeres hiba ettől független, nincs összefüggés a kettő között



- a pontatlan mérés azaz nagy tapasztalati szórás viszont nehezíti rendszeres hiba felkutatását



- például 1%-os tapasztalati szórás mellett 99%-os valószínűséggel kell meghatározni a középérték eltérését a valódi értéktől:

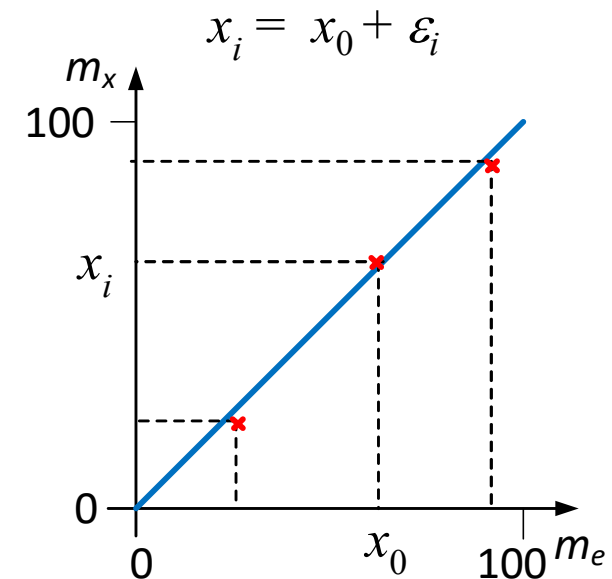
$$n = 2 \quad t \frac{s}{\sqrt{n}} = 63,656 \frac{1}{\sqrt{2}} = 45,011$$

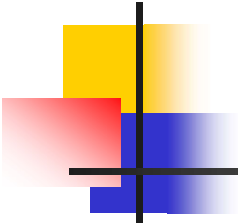
$$n = 3 \quad 9,925 \frac{1}{\sqrt{3}} = 5,730$$

$$n = 4 \quad 5,841 \frac{1}{\sqrt{4}} = 2,921$$

Rendszeres hibák

- rendszeres hiba kimutatása
 - a mérést etalon segítségével végezzük el
 - a mérési eredményeket a valódi érték függvényében ábrázoljuk (célszerű több ponton elvégezni a méréseket)
 - ha nincs rendszeres hiba: 45°-os meredekségű, origó tengelymetszetű egyenes (a véletlen hibák miatt lineáris regresszióval illeszteni kell a pontokra az egyenest)





Rendszeres hibák

- ha meredekség eltér a 45° -tól vagy a tengelymetszet nem az origóban van $\rightarrow$ rendszeres hiba
- legyen az x_i mért érték és a x_0 valódi érték közötti összefüggés:

$$x_i = \alpha + \beta x_0 + \varepsilon_i$$

ahol

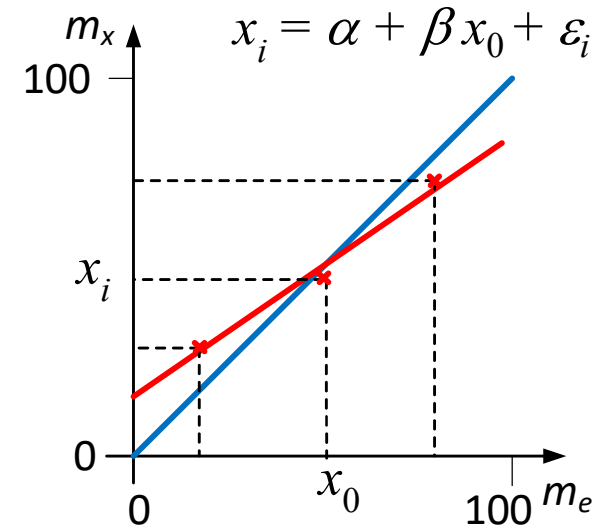
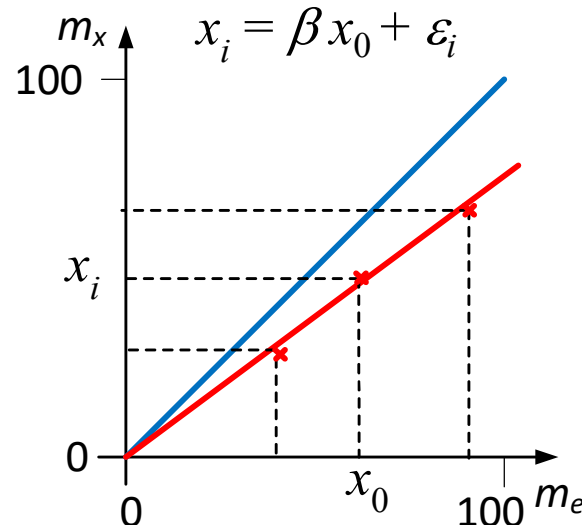
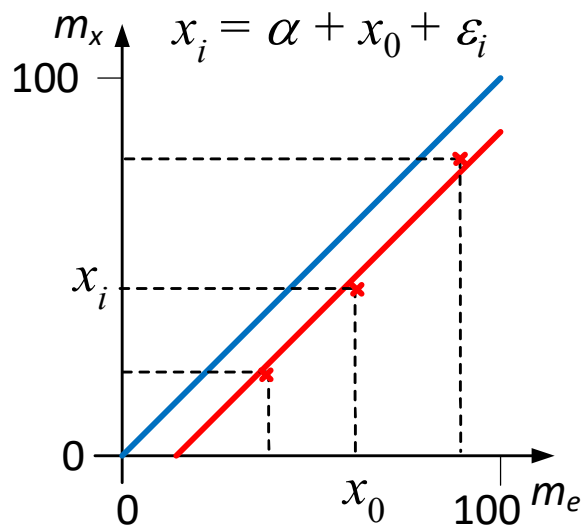
α – a rendszeres hiba állandó része

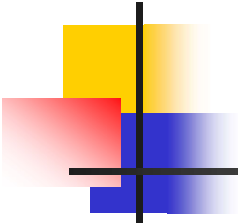
$\beta - 1$ – a rendszeres hiba arányos része

ε_i – véletlen hiba az i -dik mérésnél

Rendszeres hibák

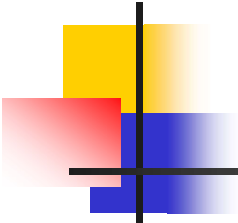
- következő esetek lehetségesek:
 - állandó rendszeres hiba
 - arányos rendszeres hiba
 - állandó és arányos rendszeres hiba
 - ...





Rendszeres hibák

- ha nem áll rendelkezésre etalon vagy nem lehetséges etalonnal mérni, akkor több különböző módon kell megmérni ugyanazt a mennyiséget
 - ha a két módszer különbözik, de az eredmények megegyeznek: nagy valószínűséggel nincs rendszeres hiba
 - ha a két módszer különbözik, az eredmények is különböznek: melyik megbízhatóbb?
 - ha a két módszer megegyezik, az eredmények is megegyeznek: ???



Mérési módszerek csoportosítása

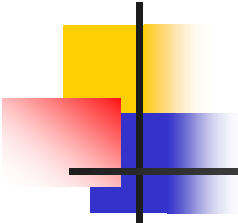
- rejtett mérőeszköz hibák felderítése

1. helyettesítő módszer

- a pontatlanságot okozó paraméter hatását kompenzáljuk
- az etalon mellett még egy mérési segéd-eszköz és további feltételezések kellenek

2. felcserélési (Gauss-) módszer

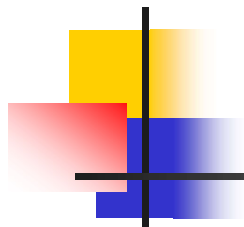
- ugyanaz a mérés, de a bizonytalanságot okozó paraméter hatását megfordítjuk
- több ismeretlen esetén több mérés kell!



Pontossági osztályok

- Pontosság
 - A mérőeszköznek az a tulajdonsága, hogy a mérendő mennyiség valódi értékéhez közeli értékmutatást vagy választ szolgáltat.
 - Egy adott mérendő mennyiség mért értékei a mérendő mennyiség helyes értékeitől egy előre megadott értéknél kevesebbrel térnek el.

Pontossági osztályok



Pontossági osztályok

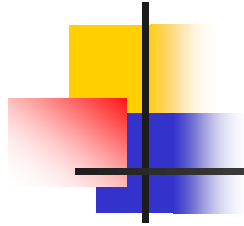
- Pontossági minősítések:

x_k konvencionális (megállapodás szerinti) értékre vonatkoztatott relatív hiba (h_p)

- Pontossági osztályba sorolás:

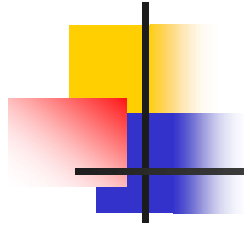
$$h_p \geq \frac{H_{\max}}{x_k}$$

jelentése: a műszer abszolút hibájának ($H_{\max}$) a konvencionális értékhez (x_k) vonatkoztatott aránya nem haladhatja meg a pontossági osztályra előírt értéket



Pontossági osztályok

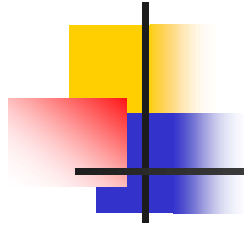
- jelölése: számmal vagy betűvel - osztályjel
- szabványos osztályok: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0; 5,0 (%)
 - laboratóriumi műszer: 0,1; 0,2
 - laboratóriumi üzemi műszer 0,5
 - üzemi műszer 1,0; 1,5; 2,5; 5,0



Pontossági osztályok

- konvencionális érték:
 - a műszer végkitérésben mért értéke (felső méréshatára)
 - helyes érték (etalon)
- alkalmazása:

pontossági osztály és a konvencionális érték ismeretében meghatározható, hogy mekkora lehet a műszertől származó abszolút és relatív hiba $\Rightarrow$ abszolút hibakorlát, relatív hibakorlát



Pontossági osztályok

- abszolút hibakorlát

$$H_{max} = h_p \cdot x_k$$

független a mért értéktől

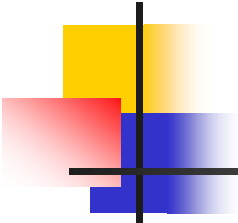
legyen a pontossági osztály: 1%

méréshatár: 0,0 – 10,0A

abszolút hibakorlát 0,1A

(a végkitérésre vonatkoztatva)

azaz bármekkora mérésnek maximum ekkora lehet az abszolút hibája



Pontossági osztályok

- relatív hibakorlát

$$h_{max} = h_p \frac{x_k}{x_i}$$

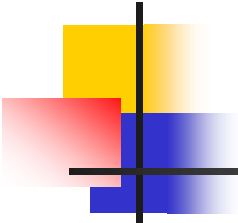
nagysága függ a mért értéktől (x_i)

legyen a pontossági osztály: 1%

méréshatár: 0,0 – 10,0 A

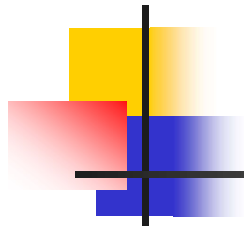
mérendő érték: 1,0 A $\Rightarrow$ relatív hibakorlát 10%

mérendő érték: 5,0 A $\Rightarrow$ relatív hibakorlát 2%



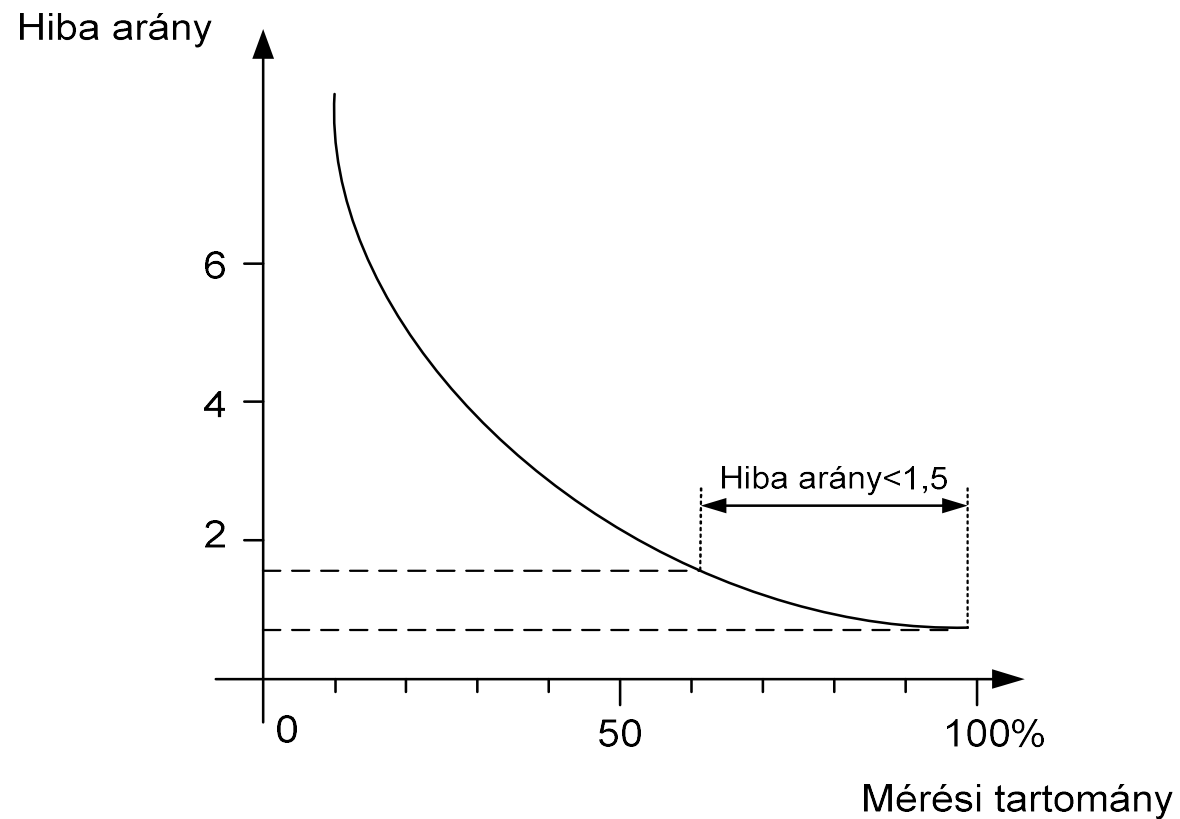
Pontossági osztályok

- legkisebb értelmesen mérhető mennyiség: a műszer abszolút hibakorlátjával mérhető érték
 - ez alatt a relatív hibakorlát 100%-nál is nagyobb lehet



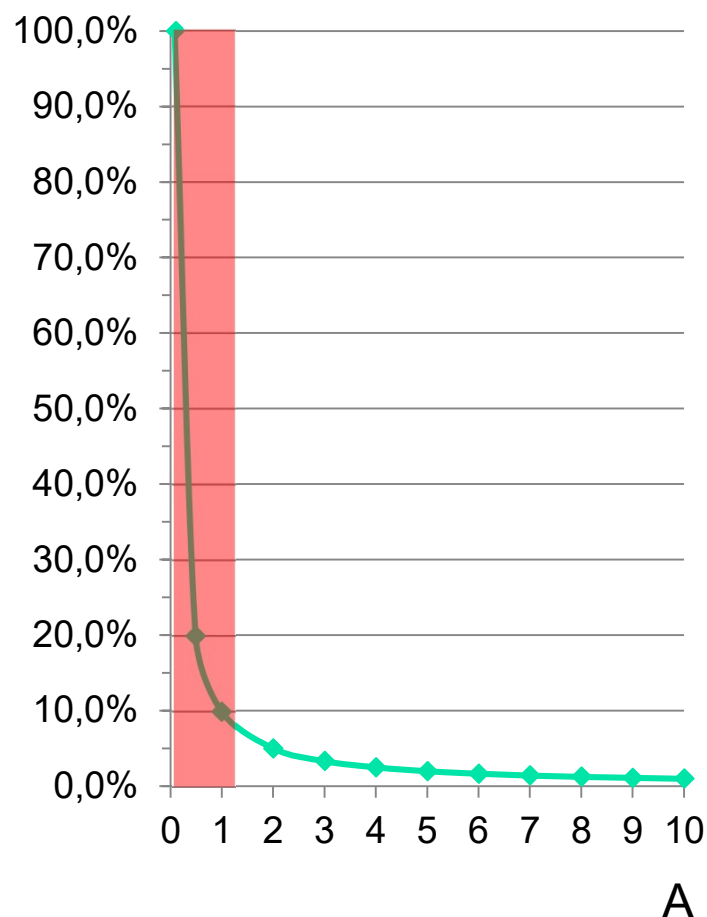
Pontossági osztályok

- Mérési tartomány tervezése

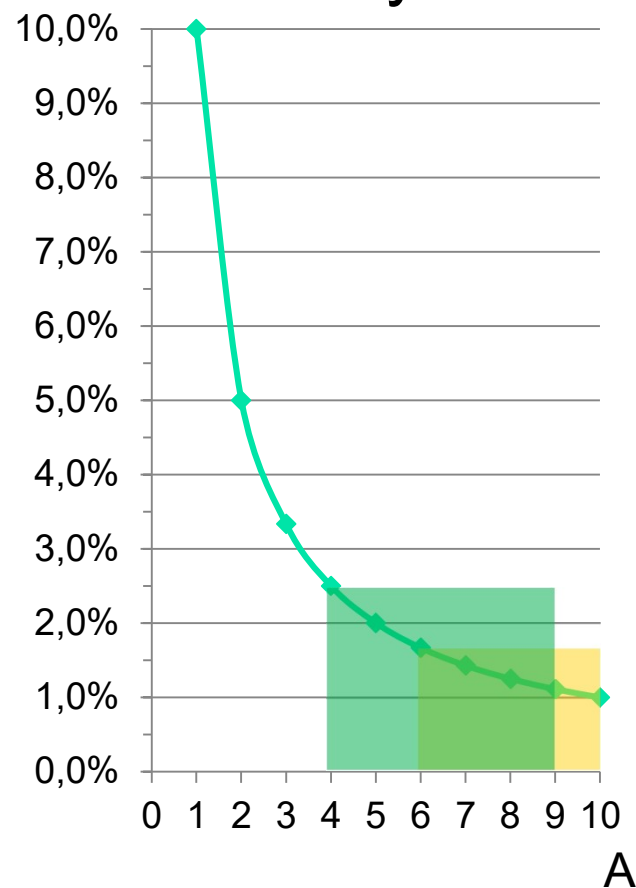


Pontossági osztályok

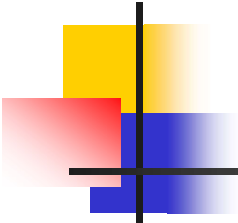
- példa 0,1 – 10,0 A-es tartományra



- kinagyítva a 1,0 – 10,0 A-es tartomány

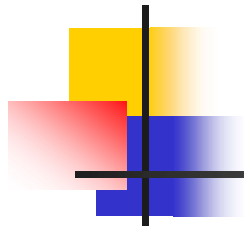


- ha a mért adat alapján további számításokat kell elvégezni, akkor a mérési hiba a számolt értékekben is megjelenik
 - hosszúság mérés alapján számolt térfogatban három mérés hibája jelenhet meg
 - feszültség- és áramerősség-mérés alapján számolt ellenállás értéket mindkét mérés hibája befolyásolja
- ennek követésére alkalmas a hibaterjedési törvény



Hibaterjedés – egyszerűsített eset

- számított mennyiségek hibakorlátját a számítási művelet jellege alapján határozzuk meg:
 - ha a számítás **összeadás/kivonás**, akkor a közvetlenül mért értékek **abszolút** hibakorlátja adódik össze,
 - ha a számítás **szorzás/osztás**, akkor a közvetlenül mért mennyiségek **relatív** hibakorlátja adódik össze.



Hibaterjedés

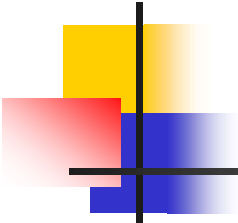
- a hibakorlátok megadásának menete:
 - műszerek pontossági osztálya, a méréshatár és az éppen mérték alapján meghatározzuk a közvetlenül mért értékek abszolút és relatív hibakorlátját;
 - elvégezzük a számítást, majd a számítás jellege alapján megállapítjuk a számított eredmény abszolút vagy relatív hibakorlátját;
 - a számított mennyiség és a meghatározott hibakorlát alapján meghatározzuk a másik hibakorlátot

- példa
 - ellenállás meghatározása feszültség- és áramerősség-méréssel
 - feszültségmérés: $U = 20\text{V}$, $h_{U_{max}} = 5\%$
 - áramerősség-mérés: $I = 4\text{A}$, $h_{I_{max}} = 3\%$
 - ellenállás meghatározása: $R = U/I = 5\Omega$
 - relatív hibakorlát:

$$h_{R_{max}} = h_{U_{max}} + h_{I_{max}} = 8\%$$

- abszolút hibakorlát:

$$H_{R_{max}} = h_{R_{max}} \cdot R = 0,4 \Omega$$



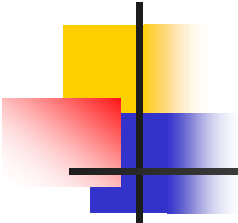
Hibaterjedési törvény (kiegészítő anyag)

- legyen a számolt érték és a mért változók közötti összefüggés:

$$F = F(x_1, x_2, \dots, x_r)$$

- meghatározandó, hogy az $x_1, x_2, \dots, x_r$ független változóban elkövetett $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$ hibák hogyan befolyásolják a számított változó értékét
- Taylor sorba fejtve $x_1, x_2, \dots, x_r$ pont körül és elhanyagolva a magasabb rendű tagokat:

$$\begin{aligned} F(x_1 + \delta_1, x_2 + \delta_2, \dots, x_r + \delta_r) - F(x_1, x_2, \dots, x_r) &\equiv \delta_F \approx \\ &\approx \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \delta_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_r} \right) \delta_r \end{aligned}$$

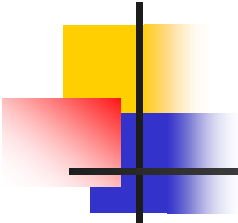


Hibaterjedési törvény (kiegészítő anyag)

- a lineáris közelítés akkor jogos, ha δ_i hibák kicsik és az F függvény magasabb deriváltjai nem szélsőségesen nagy értékek:

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x_j^2}\right) \delta_j \ll \left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)$$

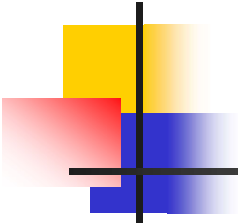
- ha az x_j változó mérésekor ismert nagyságú rendszeres hibát követünk el, akkor a számolt értékben elkövetett hiba ezzel becsülhető



Hibaterjedési törvény (kiegészítő anyag)

- általában: a rendszeres hiba pontos értéke nem ismert, csupán becsülhető az $\pm\delta$ határ, amelyet nem halad meg
- ha a számított F érték hibájára szabunk felső határt, akkor a deriváltak abszolút értékével kell számolni, azaz nem vesszük figyelembe az előjelet, és így a kompenzációs effektust sem, így a hibát túl becsüljük.
- ezért az alábbi pitagoraszai összegzés alkalmazandó:

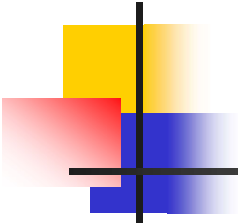
$$\delta_F \approx \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 \delta_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 \delta_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_r} \right)^2 \delta_r^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$



Hibaterjedési törvény (kiegészítő anyag)

- Tételezzük fel, hogy az elemi méréseknél csak véletlen hibát követünk el, melynek várható értéke zérus
- kérdés, hogyan függ a számított függő változó varianciája (elméleti szórásnégyzete) a független változók varianciája függvényében
- Jelöljük a varianciát a következő módon:

$$Var[\delta_F] \equiv \sigma_{\delta_F}^2$$



Hibaterjedési törvény (kiegészítő anyag)

- Ekkor

$$\text{Var}[\delta_F] = E\{(\delta_F - E\{\delta_F\})^2\} = E\{\delta_F^2\} \approx$$

$$\approx E \left\{ \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \delta_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_r} \right) \delta_r \right]^2 \right\} =$$

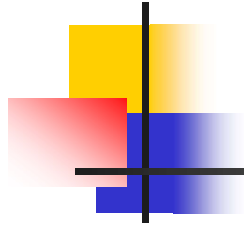
$$= \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^r \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right) \text{cov}(\delta_j, \delta_i) =$$

$$= \sum_{j=1}^r \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \text{Var}(\delta_j) + \sum_{j=1}^r \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^r \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right) \text{cov}(\delta_j, \delta_i)$$

hibaterjedési törvény

- Ha az elemi mérések hibái ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$) egymástól függetlenek:

$$Var[\delta_F] \approx \sum_{j=1}^r \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 Var(\delta_j)$$

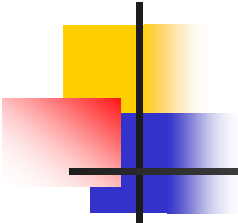


Hibaterjedési törvény

- Hibaterjedési törvény alkalmazása
 - elsődleges cél: az elemi mérések hibájának mekkora hatása lesz a számolt változóban
 - ehhez kellene az elemi mérések hibájára vonatkozó hibakorlát vagy szórás
 - meghatározva az egyes elemi mérések hatását, megállapítható, hogy melyik mérést kell szükség esetén pontosabbá tenni
 - elemi mérések szórása: ha nem adott, akkor a párhuzamos mérések alapján becsülhető

- Legyen a mérendő mennyiség állandó
 - többszöri meghatározással megkapjuk a korrigált tapasztalati szórásnégyzetet
 - amennyiben a leolvasott értékek minden esetben megegyeznek, azaz mérési hiba nem észlelhető
 - a mérést megfelelő módon (pontosan) végeztük el (irányított mérőrendszer!)
 - a mérőműszertől függő véletlen hiba viszont általában nem észlelhető a leolvasás során
 - **rendszeres hiba lehetséges!**

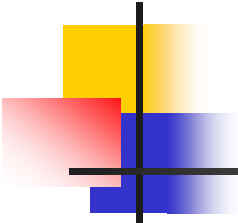
- ennek alapján a műszer tervezésekor a leolvashatóságot úgy állapítják meg, hogy a konstrukciós okokból származó véletlen hiba a $\pm 3\sigma$ -nyi intervallumon belül maradjon, mivel a véletlen hibákat normális eloszlású valószínűségi változóknak tekintve, ebbe az intervallumba esnek 99,73%-os valószínűséggel
- ennek alapján a mérőműszer okozta véletlen hiba felső határa a leolvashatóságból meghatározva: $\pm 3\sigma$ -nak tekinthető



Hibaterjedési törvény

- Ha a mérendő mennyiség ingadozik:
 - a mérési eredmény ingadozása nem tekinthető csak a mérés hibájának
 - legyen
 - $\sigma_{x_o}^2$ a mérni kívánt változó varianciája
 - $\sigma_{x_m}^2$ a mérés varianciája
 - ekkor a többszöri leolvasásnál észlelt szórás

$$\sigma_x^2 = \sigma_{x_o}^2 + \sigma_{x_m}^2$$

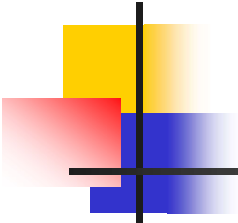


Hibaterjedési törvény

- ennek alapján lehet olyan műszert választani, ahol a mérni kívánt változó ingadozása nem észlelhető
- ekkor a két hatás együttese, amit nem akarunk észlelni:

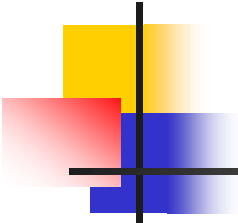
$$6\sqrt{\sigma_{x_o}^2 + \sigma_{x_m}^2}$$

határozza meg a leolvashatóságot



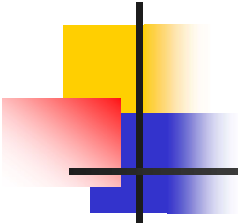
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- A mérési adatok pontosságának/felbontásának egy fajta jellemzése történhet az értékes jegyek számával
 - például ugyanak a tárgynak a tömegét lemérve:
 - egyik mérlegen leolvasható adat: 12,3 g
az értékes jegyek száma: 3
 - másik mérlegen leolvasható adat: 12, 275 g
az értékes jegyek száma: 5
 - az értékes jegyek száma nem a tizedes jegyek száma!



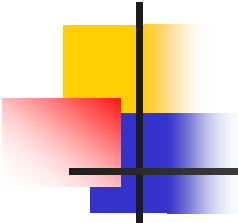
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- a mérési adatokat mindig a leolvasásnak megfelelő pontossággal/felbontással kell rögzíteni!
 - digitális kijelző esetén
 - valamennyi kiírt számjegy leírandó
 - a pontatlanság (az abszolút hiba) az utolsó számjegyre vonatkozik
 - analóg kijelzés esetén
 - két osztásköz közötti félérték becsülhető
 - az abszolút hiba az osztásközre vonatkozik és előfordulhat leolvasási hiba



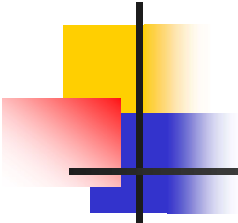
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- Példa:
 - 24 V – olyan mérőeszközzel kapott eredmény, mely az egész V-ra ad becslést, tehát ha az abszolút hiba 1 digit, akkor az eredmény lehet 23 V és 25 V is.
 - 24,00 V – ebben az esetben a mérőeszköz század V-ra kerekített eredményt ad, azaz ha az abszolút hiba 1 digit, akkor a feszültség 23,99 és 24,01 V közötti érték



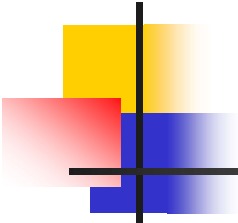
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- a számításokban szereplő adatok csoportosítása
 - szorzó és váltószámok, fizikai/kémiai állandók
 - mért mennyiségek
 - számolt mennyiségek



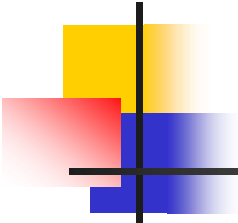
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- szorzó és váltószámok, fizikai/kémiai állandók
 - a szorzó és váltószámok nem meghatározóak az értékes jegyek megállapításában
 - a fizikai és kémiai állandókat általában 4 értékes jegyre szokás megadni, de a számított eredmény értékes jegyeit a mérési eredmények alapján határozzuk meg



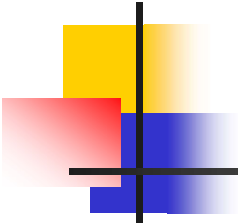
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- mért adatok
 - alapvetően a műszer kijelzője határozza meg
 - digitális műszer esetén a leolvasható számjegyek száma
 - analóg kijelzős műszer esetén a skála leolvashatósága
 - mindig az utolsó leolvasott számjegy bizonytalan



Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- a mért adatok értékes jegyeinek meghatározása:
 - a nullától különböző számjegyek értékes jegyek
pl.: 53,8 g, 2,53 A, 132 Ω – 3 értékes jegy
 - a nulla is értékes számjegy, ha más számjegyek között illetve a végén szerepel
pl.: 50,8 g, 2,50 A, 130 Ω – 3 értékes jegy
 - nem számít értékes jegynek a nulla, ha az 1-nél kisebb szám esetében a helyi értéket jelzi
0,0538 g, 0,253 A, 0,000132 Ω – 3 értékes jegy

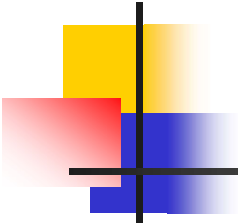


Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- mértékegységek átváltásakor nem csökkenhet, de nem is nőhet az értékes számjegyek száma!

$2 \text{ kg} = 2 \cdot 10^3 \text{ g} \neq 2000 \text{ g}$ a mért érték megadása szempontjából, mivel az első két adat 1, míg a harmadik 4 értékes jegyet ad meg

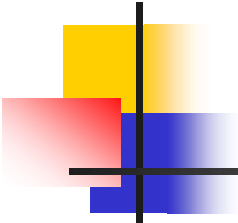
$2,000 \text{ kg} = 2000 \text{ g}$ már megfelelő mérési adat megadásaként



Mérés értékes jegyeinek meghatározása

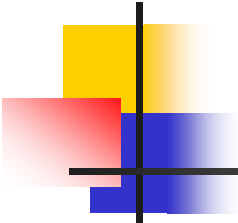
- számított adatok esetében
 - az értékes jegyek száma nem lehet több, mint a mért mennyiségek értékes jegyeinek száma – számítással nem lehet növelni a mérés pontosságát /felbontását!
 - ha a mért adatokból összeadás/kivonás segítségével kapjuk meg a számított eredményt, akkor arra az utolsó értékes jegyre kerekítjük az eredményt, mely mindegyik adatban szerepel:

$$23,35 \text{ V} + 2,345 \text{ V} + 50,2 \text{ V} = 75,9 \text{ V}$$



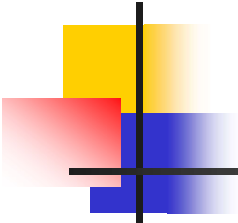
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- szorzás/osztás esetén az eredmény értékes jegyeinek számát a legkevesebb értékes jeggyel rendelkező adat határozza meg:
sugár = 5,0 cm (mérési adat)
a kör kerülete = 31 cm
vagy $2,345 \cdot 10^3 \text{ V} / 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ A} = 2,1 \cdot 10^5 \Omega$
- logaritmizálás esetén a kiindulás adat értékes jegyeinek száma határozza meg az eredményben a tizedes vessző után megadott jegyek számát:
 $\lg 42,25 = 1,6258$



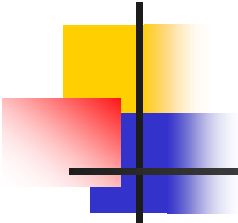
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- kerekítés szabályai:
 - ha az első elhagyandó számjegy 5-nél kisebb, akkor egyszerűen elhagyjuk ezeket a számokat
 - $23,126 \text{ g} \approx 23,1 \text{ g}$; $12,514 \text{ A} \approx 12,51 \text{ A}$
 - ha az első elhagyandó számjegy 5-nél nagyobb, vagy 5 és utána nem nulla áll, akkor az utolsó meghagyott számjegyet egy egységgel felfelé kerekítjük
 - $23,126 \text{ g} \approx 23,13 \text{ g}$; $12,514 \text{ A} \approx 13 \text{ A}$



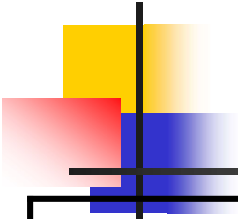
Mérés értékes jegyeinek meghatározása

- ha az első elhagyandó számjegy 5 és utána nem áll számjegy vagy nulla áll, akkor
 - ha az utolsó meghagyott számjegy páros, akkor változatlanul hagyjuk
 - ha az utolsó meghagyott számjegy páratlan, akkor eggyel növeljük
 - $13,15\text{g} \approx 13,2\text{g}$; $13,25\text{g} \approx 13,2\text{g}$



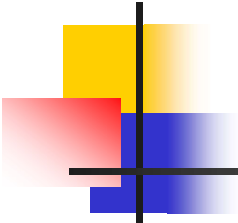
Műszerek pontosságának jellemzése – Kalibrálás

- Kalibrálás
 - Azon műveletek összessége, amelyekkel meghatározott feltételek mellett megállapítható az összefüggés egy mérőeszköz (-rendszer) értékmutatása, illetve egy mértéknek vagy anyagmintának tulajdonított érték és a mérendő mennyiség etalonnal reprodukált megfelelő értéke között.
 - elsődlegesen: megfelelő értékmutatás és korrekció meghatározás
 - másodlagosan: metrológiai jellemzők (pl. környezeti hatás)



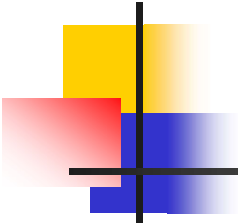
Műszerek jellemzése – Kalibrálás

hitelesítés	kalibrálás
a jog eszközei által szabályozott (hatósági) tevékenység	nem hatósági tevékenység
a mérőeszközöket csak az OMH hitelesítheti	mérőeszközöket bárki kalibrálhat
hitelesíteni a jogszabály által meghatározott mérőeszközöket kell	kalibrálni bármely eszközt lehet, ha a visszavezetettséget igazolni szükséges
a hitelesítésnek jellemzően előfeltétele a mérőeszköztípusra vonatkozó hitelesítési engedély megléte	a kalibrálásnak nincs engedélyezési előfeltétele



Műszerek jellemzése – Kalibrálás

a (sikeres) hitelesítést tanúsító jel (hitelesítési bélyeg, plomba stb.) és/vagy hitelesítési bizonyítvány tanúsítja	a kalibrálás eredményeként kalibrálási bizonyítvány készül
a hitelesítési bizonyítvány hatósági dokumentum és meghatározott időtartamig érvényes	a kalibrálási bizonyítvány nem hatósági dokumentum és nincs érvénytartama
a hitelesítést jogszabályban előírt időközönként meg kell ismételni	a kalibrálás megújításáról a tulajdonos saját hatáskörében és saját felelősségére dönt

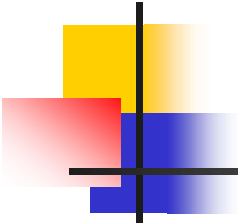


Etalonok

- Mérték, mérőeszköz, anyagminta vagy mérőrendszer, melynek az a rendeltetése, hogy egy mennyiség egységét, illetve egy vagy több ismert értékét definiálja, megvalósítsa, fenntartsa vagy reprodukálja és referenciaként szolgáljon.
- példák:
 - 1 kg-os tömegetalon;
 - 100 Ω -os normállenállás;
 - etalon ampermérő;
 - cézium frekvencia etalon;
 - standard hidrogén elektród;
 - bizonylatolt koncentrációjú, emberi szérumban oldott kortizont tartalmazó anyagminta.

- **nemzetközi etalon** - nemzetközi megállapodással elfogadott etalon
- **országos etalon** - nemzeti határozattal elismert etalon
- **elsődleges etalon** - a legjobb metrológiai minőségűnek kijelölt vagy széles körben elismert etalon, amelynek az értéke elfogadható az ugyanannak a mennyiségnek más etalonjaira való hivatkozás nélkül. Az elsődleges etalon fogalma mind az alap-, mind a származtatott mennyiségekre alkalmazható.

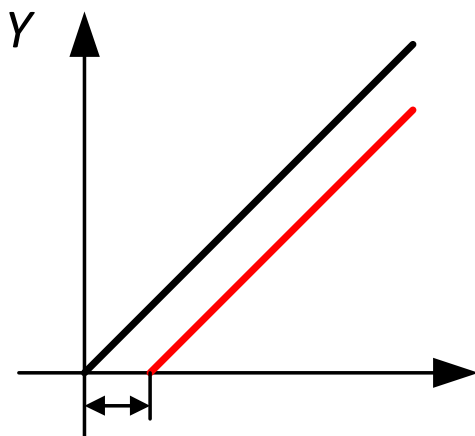
- **másodlagos etalon** - az értékét elsődleges etalonnal való összehasonlítás révén határozzák meg.
- **referenciaetalon** - adott helyen rendelkezésre álló etalonok közül a legjobb metrológiai minőségű, amelyre ott a méréseket visszavezetik



Mérési hibák - eredet szerint

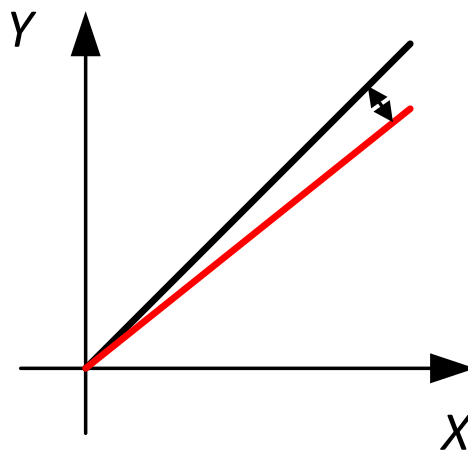
- csoportosítás eredet szerint:
 - műszerhibák: mérőeszköz (értékmutatásának) hibája
 - legnagyobb megengedett hiba
 - ellenőrzőponti hiba – hiba előírt értékmutatásnál
 - nullahiba
 - alaphiba - referenciafeltételek mellett meghatározott hiba
 - torzítás - mérőeszköz rendszeres hibája
 - torzításmentesség (mérőeszközé)
 - ismétlőképesség (mérőeszközé)

Jelátalakítók hibái



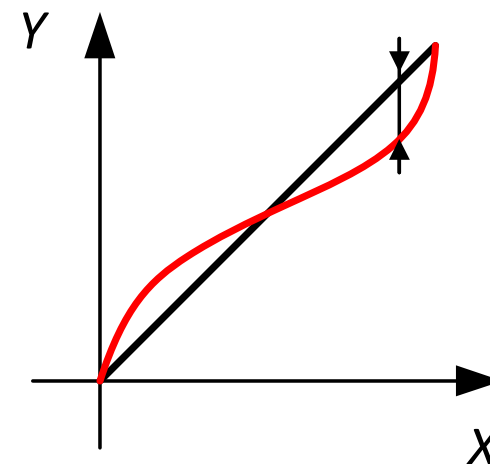
Nullponthiba

Nullponti hiba vagy ofszet, a rendszeres hiba állandó összetevője, független a bemenő jeltől



Kalibrációs hiba

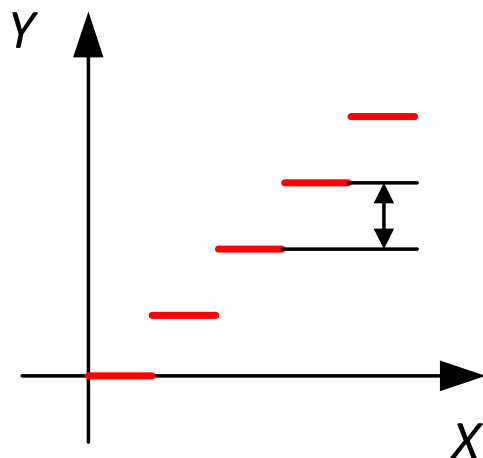
A kalibrációs hiba a rendszeres hiba arányos összetevője



Linearitási hiba

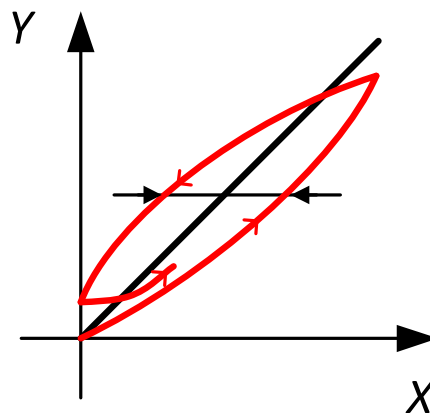
A linearitási hiba a tényleges átviteli karakterisztika referenciaegyenes-től való eltérése

Jelátalakítók hibái



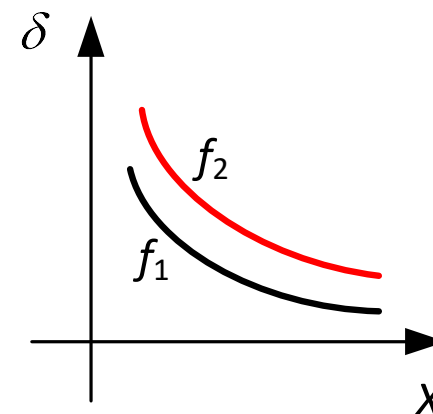
Felbontási hiba

Felbontási hiba esetén a jelátalakító nem képes a konstrukciója által meghatározottnál kisebb jelváltozás követésére



Hiszterézis hiba

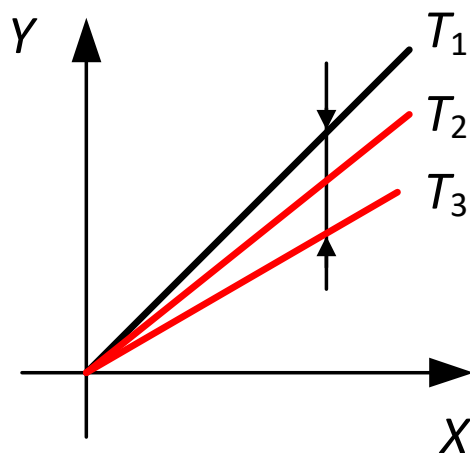
Hiszterézis hibánál ugyanolyan kimeneti jelhez a megközelítés irányától függő bemeneti jelek tartoznak



Fázishiba

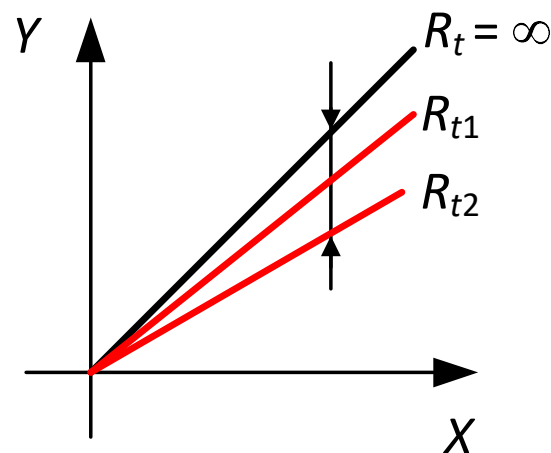
Fázishiba lép fel, ha elvileg fáziseltolásmentes jelátalakítónál a bemenő és kimenő jelek fázisszöge eltér. Jelszint és frekvenciafüggő.

Jelátalakítók hibái



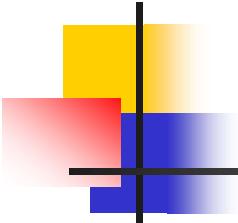
Hőmérsékleti hiba

Hőmérsékleti hiba lép fel, ha a kimeneti jel a hőmérséklet változásának következtében változik. Okozhatja a környezet vagy a műszer belső melegedése.



Terhelési hiba

A terhelési hiba a kimeneti jel megváltozása, melyet a jelátalakító kimenetének adott terhelőimpedanciával történő lezárása okoz.

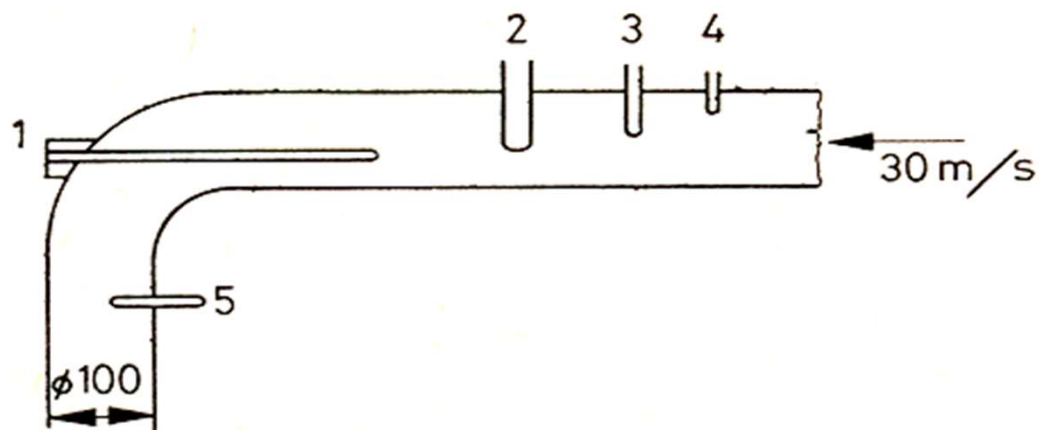


Mérési hibák - eredet szerint

- etalonhibák
 - etalon fenntartása
 - rendszeres ellenőrzés
 - megfelelő tárolás
 - gondos használat
- környezeti hatások
 - hőmérséklet
 - páratartalom
 - légsebesség
 - rezgés
 - sugárzás

Mérési hibák - eredet szerint

- beépítés hibái
 - példa



Hőmérő	1	2	3	4	5
Mért hőfok °C	386	385	384	371	341
Abszolút hiba	0	+1	+2	+15	+45