

## Példa a Hurwitz-kritérium alkalmazására

átviteli függvény:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

a tag stabilitásának ellenőrzése:

- I. a nevező valamennyi együtthatója pozitív  $\rightarrow$  rendben
- II. Hurwitz determináns felírása:

$$H_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 6 & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \end{vmatrix}$$

a determinánsok ellenőrzése:

$$\Delta_1 = |a_2| = 6 > 0 \quad \text{rendben}$$

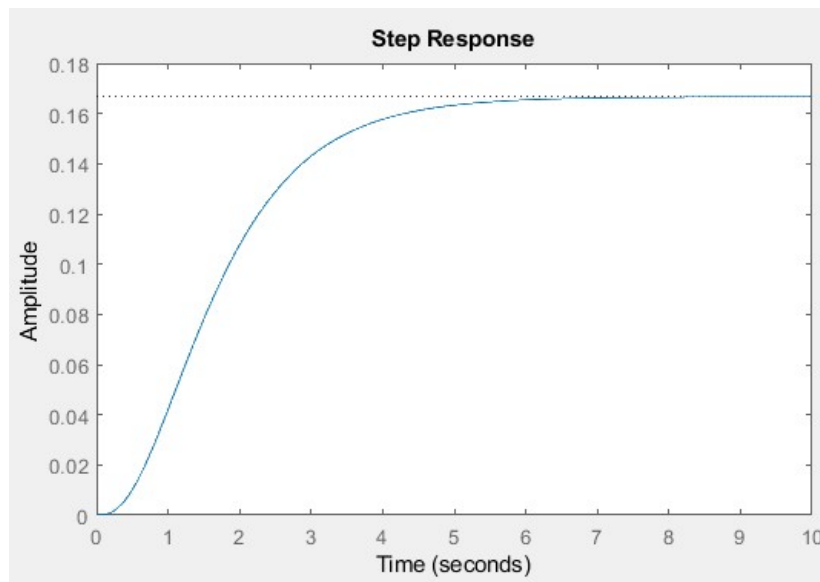
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} = 6 \cdot 11 - 6 \cdot 1 = 60 > 0 \quad \text{rendben}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 6 & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 6(6 \cdot 11 - 0) - 6(6 \cdot 1 - 0) + 0(6 - 0) = 360 > 0 \quad \text{rendben}$$

(A lineáris algebrából tanultak alapján, harmadrendű rendszer elég csak  $\Delta_2$ -t ellenőrizni!)

Azaz a tag aszimptotikusan stabil és így BIBO stabil is.

A tag átmeneti függvénye:



Csatoljuk vissza a tagot:

$$G_e(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 7}$$

a visszacsatolt tag stabilitásának ellenőrzése:

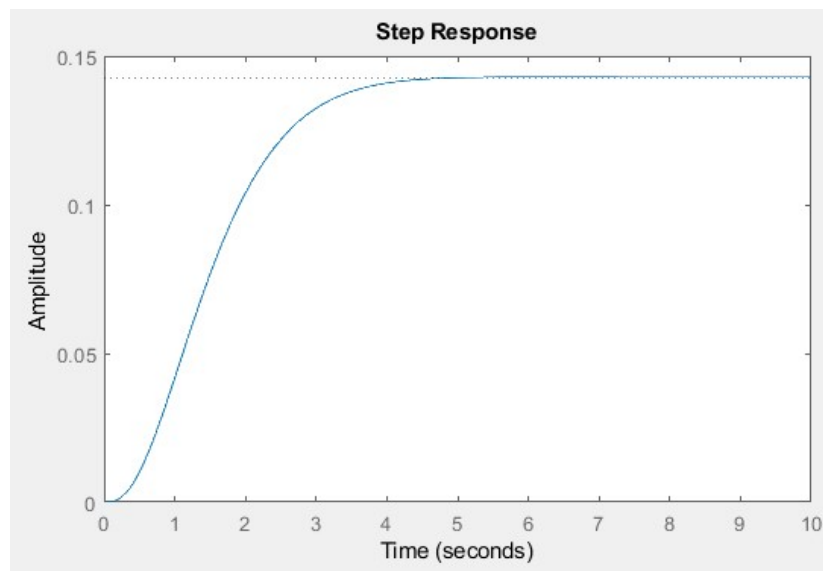
- I. a nevező valamennyi együtthatója pozitív  $\rightarrow$  rendben
- II. Hurwitz determináns felírása:

$$H_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 7 & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

a determinánsok ellenőrzése:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} = 6 \cdot 11 - 7 = 59 > 0 \quad \text{rendben}$$

A visszacsatolt kör ugyan stabil, de az erősítés  $1/7$  azaz  $0,143$ , azaz egységugrás bemenetre ehhez az értékhez állna be.



A beállítás javításához próbáljuk meg egy erősítés segítségével visszacsatolni a tagot:

$$G_e(s) = \frac{K \cdot G(s)}{1 + K \cdot G(s)} = \frac{K}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + K}$$

Ennek hatására a visszacsatolt kör  $K/(6+K)$  értékhez fog beállni, azaz minél nagyobb  $K$  értéke, annál jobban lesz a beállítás. Meddig lehet növelni  $K$  értékét, hogy a kör stabil maradjon?

a visszacsatolt kör stabilitásának ellenőrzése:

- I. a nevező  $a_3, a_2, a_1$  együtthatója pozitív,  $a_0$  pozitív, ha  $K$  nagyobb, mint  $-6 \rightarrow$  teljesül
- II. Hurwitz determináns felírása:

$$H_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 6+K & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 6 & 6+K \end{vmatrix}$$

a determinánsok ellenőrzése:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 6+K \\ 1 & 11 \end{vmatrix} = 6 \cdot 11 - (6+K) \Rightarrow K < 60 \quad \text{rendben}$$

A visszacsatolt kör stabil, ha  $K < 60$ , de  $K = 60$  is az erősítés  $60/66$  azaz  $0,909$ , azaz egységugrás bemenetre elvileg ehhez az értékhez állna be, de mivel a kör ekkor a stabilitás határán van, ezért állandósult lengés jelenik meg a kimenetén.

