Példa a Nyquist-kritérium alkalmazására

A felnyitott kör átviteli függvényének ismeretében határozzuk meg a visszacsatolt kör stabilitását!

átviteli függvény:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

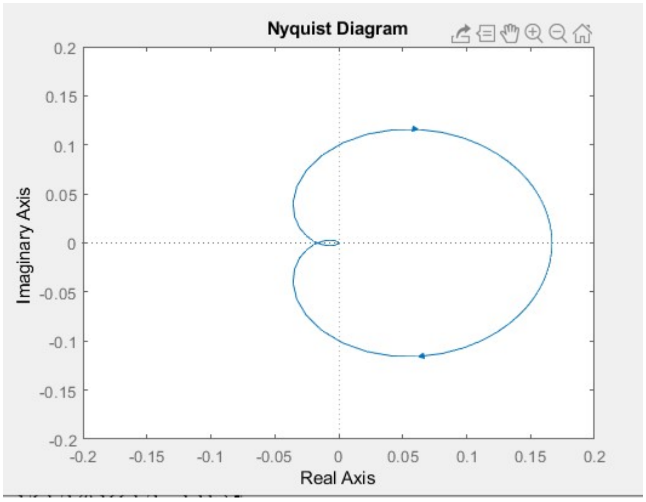
a Nyquist-diagram felvázolását a következő megfontolások alapján végezhetjük el:

- arányos, harmadrendű tag, így a jelleggörbe az erősítésnek megfelelő pontból, azaz 1/6-ból (0,166-ból indul ki);
- három síknegyed fut be, rendre a 4., 3. és a 2. síknegyedet és az origóba tart.

Matlab segítségével a Nyquist-diagram:

programrészlet:

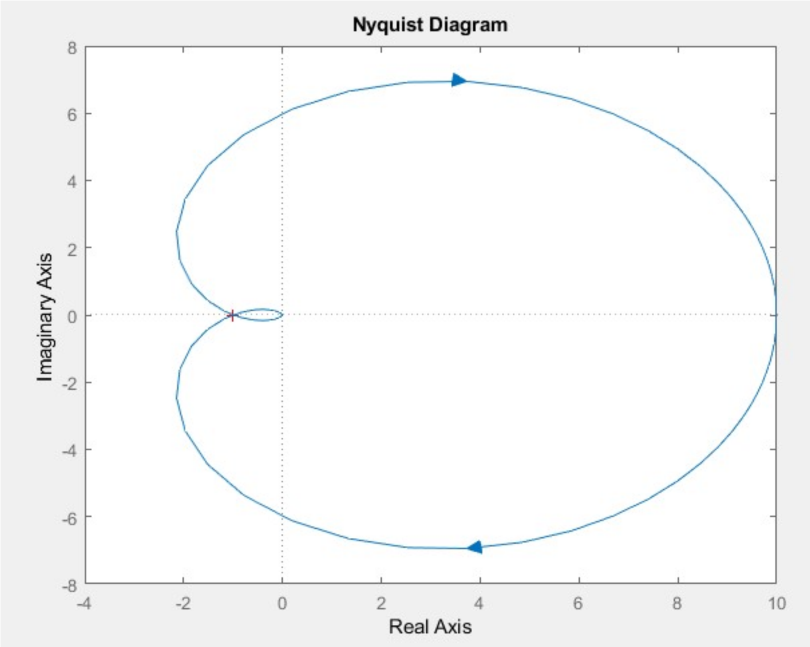
```
s=tf('s')
G5=1/(s^3+6*s^2+11*s+6);
nyquist(G5)
```



A diagramból látható, hogy a jelleggörbe metszéspontja 0 és -1 között van, egész közel az origóhoz, így a visszacsatolt kör stabil

Alkalmazzuk a visszacsatolt körben azt a Hurwitz kritériumnál meghatározott erősítést, mellyel a rendszer a stabilitás határa kerül és vegyük fel a Nyquist diagramot!

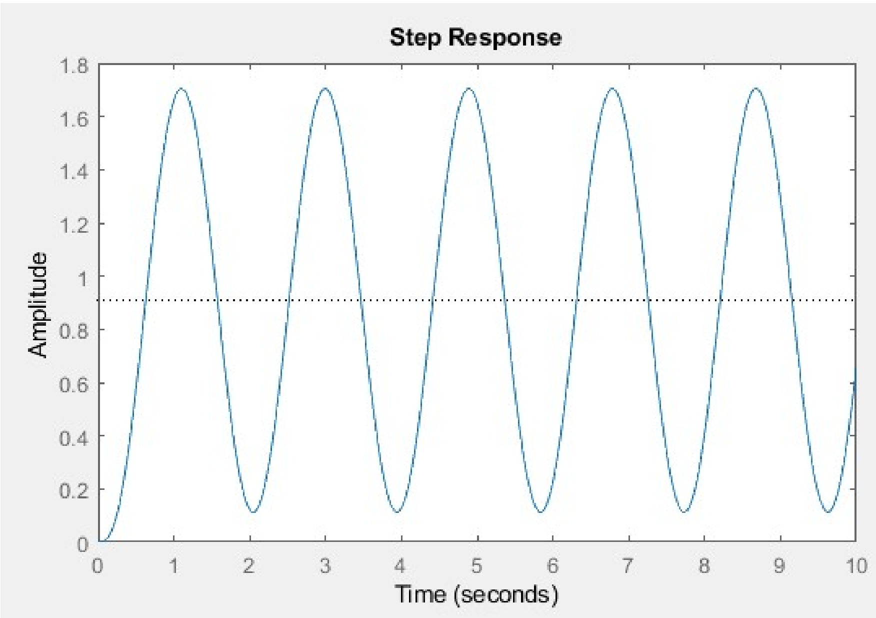
```
s=tf('s');
G5=1/(s^3+6*s^2+11*s+6);
K=60;
nyquist(K*G5)
```



Mint a diagramból látható, a jelleggörbe pontosan a -1 pontban metszi a valós tengelyt, azaz a visszacsatolt rendszer a stabiltás határán, azaz aszimptotikusan nem stabil, viszont BIBO stabil.

Ez megfigyelhető az átmeneti függvény menete alapján:

```
G_e=feedback(K*G5,1);
linearSystemAnalyzer('step',G_e, 0:0.01:10);
```



Példa a Bode-kritérium alkalmazására

A felnyitott kör átviteli függvényének ismeretében határozzuk meg a visszacsatolt kör stabilitását!

átviteli függvény:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

azaz a harmadrendű tagot a Bode-diagram elkészítéséhez felbonthatjuk egy erősítő és három elsőrendű tagra, melyek időállandói rendre τ_a=1; τ_b=0,5 és τ_c=0,33.

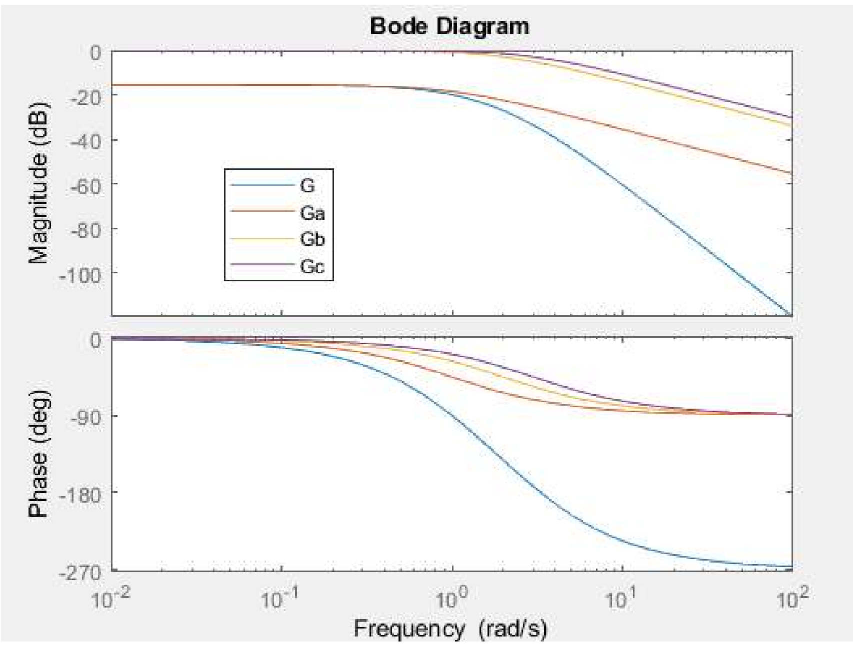
$$G(s) = 0{,}166 \cdot \frac{1}{(s+1)} \cdot \frac{1}{(0{,}5s+1)} \cdot \frac{1}{(0{,}33s+1)} = K_G G_a(s) G_b(s) G_c(s)$$

a Bode-diagram felvázolását a következő megfontolások alapján végezhetjük el:

- az erősítő tag Bode-diagramja az amplitúdó diagramja a frekvencia tengellyel párhuzamos egyenes, mely az amplitúdó tengelyt az erősítés decibelben megadott értéknél metszi: 20lg0,166=-15,6; a fázis diagramja minden frekvencián 0 értéket vesz fel;
- a három első rendű tag amplitúdó görbéi kis frekvenciákon a 0 dB-es értékhez (a frekvencia tengelyhez) simulnak, nagy frekvenciákon -20 dB/dekád meredekségűek, töréspontjuk pedig az időállandók reciprokjainál vannak, azaz 1-nél, 2-nél és 3-nál; a fázis görbéjük alacsony frekvenciákon 0°-hoz, nagy frekvenciákon -90°-hoz simul, az inflexiós pont pedig a törésponti frekvenciáknak megfelelő értéknél található;
- a tag Bode diagramja ezeknek a görbéknek az összeadásával állítható elő.

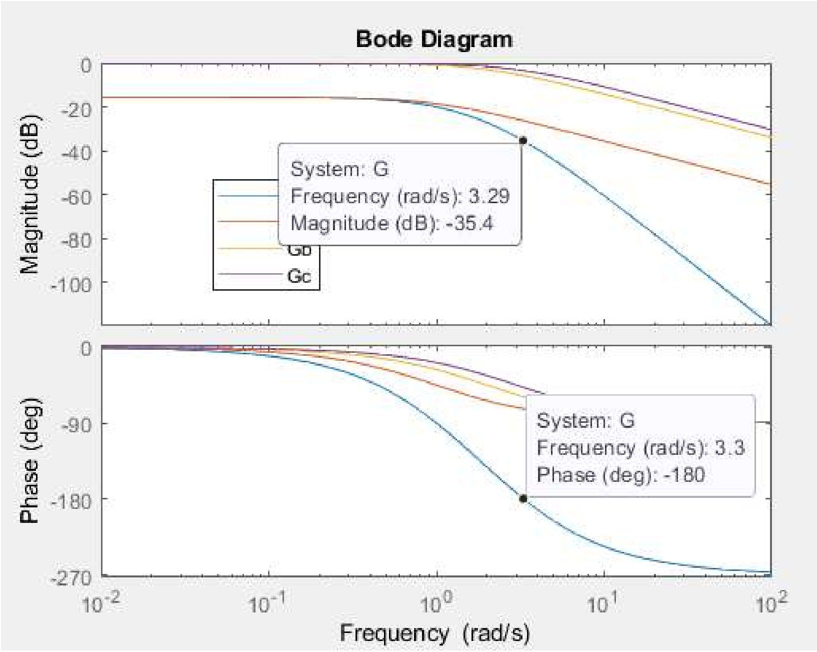
Bode-diagram a Matlabban a következő (a Matlabban az erősítő tagot nem tudjuk ábrázolni, ezért az erősítést az G_a taghoz rendelve vesszük figyelembe és a KG_a tagot ábrázoljuk):

```
s=tf('s');
G=1/(s^3+6*s^2+11*s+6);
K=1/6;
Ga=K*1/(s+1);
Gb=1/(0.5*s+1);
Gc=1/(0.333*s+1);
bode(G,Ga,Gb,Gc)
```



Miután az amplitúdó görbe a -15,6 értékhez simul, azaz nem metszi a 0 dB-es tengelyt, így a tag stabil.

A diagram alapján meghatározható az erősítési tartalék:



A fázis görbe alapján meghatározható, hogy milyen frekvencián lesz a fázis -180°, ez a példában 3,3 rad/s. Az amplitúdó görbén az ehhez a frekvenciához tartozó érték -35,4 dB, azaz az erősítési tartalék κ = 35,4 dB, ez átszámítva 58,9-nek felel meg, ami közelítőleg megegyezik a Hurwitz kritérium alapján kapott értékkel.

Beállítva ezt az erősítés értéket, a Bode diagram alapján is igazolható, hogy a visszacsatolt rendszer a stabilitás határán van: