Feladatok a diszkrét PID szabályozás témaköréből

1. Határozza meg a diszkrét PID szabályzó sebesség algoritmusának kimenetét a $k = 0, 1, 2, 3$ mintavételi pontokban a következő a következő adatok esetében:

$$K = 3 \qquad T_I = 2 \qquad T_D = 0{,}5 \qquad T_0 = 2$$

$$e(kT_0) = \begin{cases} kT_0 & 0 < k \le 2 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \qquad u(-2) = 0$$

Megoldás:

A megadott paraméterek alapján határozzuk meg q_0, q_1, q_2 értékeket:

$$q_0 = K\left(1 + \frac{T_D}{T_0}\right) = 3\left(1 + \frac{0{,}5}{2}\right) = 3{,}75$$

$$q_1 = -K\left(1 - \frac{T_0}{T_I} + 2\frac{T_D}{T_0}\right) = -3\left(1 - \frac{2}{2} + 2\frac{0{,}5}{2}\right) = -1{,}5$$

$$q_2 = K\frac{T_D}{T_0} = 3\frac{0{,}5}{2} = 0{,}75$$

a diszkrét PID sebesség algoritmus impulzusátviteli függvénye:

$$G_{DPID}^{v}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

ennek alapján írjuk fel a beavatkozó jelet meghatározó differencia egyenletet:

$$U(z) - z^{-1}U(z) = q_0 E(z) + q_1 z^{-1}E(z) + q_2 z^{-2}E(z)$$

$$u(kT_0) - u\big((k-1)T_0\big) = q_0 e(kT_0) + q_1 e\big((k-1)T_0\big) + q_2 e\big((k-2)T_0\big)$$

$k = 0$ $\quad u(0) = u(-2) + 3{,}75 \cdot e(0) - 1{,}5 \cdot e(-2) + 0{,}75 \cdot e(-4) = 0 + 3{,}75 \cdot 0 - 1{,}5 \cdot 0 + 0{,}75 \cdot 0 = 0$

$k = 1$ $\quad u(2) = u(0) + 3{,}75 \cdot e(2) - 1{,}5 \cdot e(0) + 0{,}75 \cdot e(-2) = 0 + 3{,}75 \cdot 2 - 1{,}5 \cdot 0 + 0{,}75 \cdot 0 = 7{,}5$

$k = 2$ $\quad u(4) = u(2) + 3{,}75 \cdot e(4) - 1{,}5 \cdot e(2) + 0{,}75 \cdot e(0) = 7{,}5 + 3{,}75 \cdot 4 - 1{,}5 \cdot 2 + 0{,}75 \cdot 0 = 19{,}5$

$k = 3$ $\quad u(6) = u(4) + 3{,}75 \cdot e(6) - 1{,}5 \cdot e(4) + 0{,}75 \cdot e(2) = 19{,}5 + 3{,}75 \cdot 0 - 1{,}5 \cdot 4 + 0{,}75 \cdot 2 = 15$

2. Diszkrét PID sebesség algoritmust alkalmazva, válassza meg az erősítés (K) és az integrálási időállandó (T_I) értékét úgy, hogy $e(k) = 1(k)$ bemenet esetén a $k = 0$ mintavételezési időpontban a szabályzó kimenete, $u(0) = 6$, a $k = 1$ mintavételezési időpontban $u(1) = 8$ legyen, ha a mintavételezési időállandó $T_0 = 1$ s, a deriválási időállandó $T_D = 0{,}5$ s és $u(-1) = 0$!

Megoldás:

Írjuk fel $k = 0$-ra a differencia egyenletet és határozzuk meg K értékét:

$$k = 0 \qquad u(0) = u(-1) + q_0 \cdot e(0) - q_1 \cdot e(-1) + q_2 \cdot e(-2)$$

$$6 = 0 + q_0 \cdot 1 - q_1 \cdot 0 + q_2 \cdot 0$$

$$6 = K\left(1 + \frac{T_D}{T_0}\right) \cdot 1 = K\left(1 + \frac{0{,}5}{1}\right) \quad \rightarrow \quad K = 4$$

ismételjük meg $k = 1$-re T_I értékének meghatározásához:

$$k = 1 \qquad u(1) = u(0) + q_0 \cdot e(1) - q_1 \cdot e(0) + q_2 \cdot e(-1)$$

$$8 = 6 + 6 \cdot 1 - q_1 \cdot 1 + q_2 \cdot 0$$

$$8 = 6 + 6 - 4\left(1 - \frac{1}{T_I} + 2\frac{0{,}5}{1}\right) \cdot 1 = 4 + \frac{4}{T_I} \quad \rightarrow \quad T_I = 1$$