Példa Jury-teszt alkalmazására

Legyen a vizsgálandó impulzus átviteli függvény:

$$G(z) = \frac{15}{5z^4 + 4z^3 + 3z^2 + 2z + 1}$$

Az előadásfóliában bemutatottnak megfelelően a Jury-tesztet a következő módon végezzük el:

$$\begin{matrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{matrix} \qquad \alpha_4 = \frac{a_0}{a_4} \qquad a'_i = a_i - \alpha_4 a_{4-i} \qquad i = 4,3,2,1,0$$

$$\begin{matrix} a'_4 & a'_3 & a'_2 & a'_1 & 0 \\ a'_1 & a'_2 & a'_3 & a'_4 & \end{matrix} \qquad \alpha_3 = \frac{a'_1}{a'_4} \qquad a''_i = a'_i - \alpha_3 a'_{4-i+1} \qquad i = 4,3,2,1$$

$$\begin{matrix} a''_4 & a''_3 & a''_2 & 0 \\ a''_2 & a''_3 & a''_4 & \end{matrix} \qquad \alpha_2 = \frac{a''_2}{a''_4} \qquad a'''_i = a''_i - \alpha_2 a''_{4-i+2} \qquad i = 4,3,2$$

$$\begin{matrix} a'''_4 & a'''_3 & 0 \\ a'''_3 & a'''_4 & \end{matrix} \qquad \alpha_1 = \frac{a'''_3}{a'''_4} \qquad a''''_i = a'''_i - \alpha_2 a'''_{4-i+3} \qquad i = 4,3$$

$$\begin{matrix} a''''_4 & 0 \end{matrix}$$

Behelyettesítve az impulzus átviteli függvény nevezőjének együtthatóit:

$$\begin{matrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \qquad \alpha_4 = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

$a'_4 = 5 - 0{,}2 \cdot 1 = 4{,}8$ $\quad a'_3 = 4 - 0{,}2 \cdot 2 = 3{,}6$

$a'_2 = 3 - 0{,}2 \cdot 3 = 2{,}4$ $\quad a'_1 = 2 - 0{,}2 \cdot 4 = 1{,}2$

$a'_0 = 1 - 0{,}2 \cdot 5 = 0$

$$\begin{matrix} 4{,}8 & 3{,}6 & 2{,}4 & 1{,}2 & 0 \\ 1{,}2 & 2{,}4 & 3{,}6 & 4{,}8 & \end{matrix} \qquad \alpha_3 = \frac{1{,}2}{4{,}8} = 0{,}25$$

$a''_4 = 4{,}8 - 0{,}25 \cdot 1{,}2 = 4{,}5$ $\quad a''_3 = 3{,}6 - 0{,}25 \cdot 2{,}4 = 3$

$a''_2 = 2{,}4 - 0{,}25 \cdot 3{,}6 = 1{,}5$ $\quad a''_1 = 1{,}2 - 0{,}25 \cdot 4{,}8 = 0$

$$\begin{matrix} 4{,}5 & 3 & 1{,}5 & 0 \\ 1{,}5 & 3 & 4{,}5 & \end{matrix} \qquad \alpha_2 = \frac{1{,}5}{4{,}5} = 0{,}33$$

$a'''_4 = 4{,}5 - 0{,}33 \cdot 1{,}5 = 4$ $\quad a'''_3 = 3 - 0{,}33 \cdot 3 = 2$

$a'''_2 = 1{,}5 - 0{,}33 \cdot 4{,}5 = 0$

$$\begin{matrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & \end{matrix} \qquad \alpha_1 = \frac{2}{4}$$

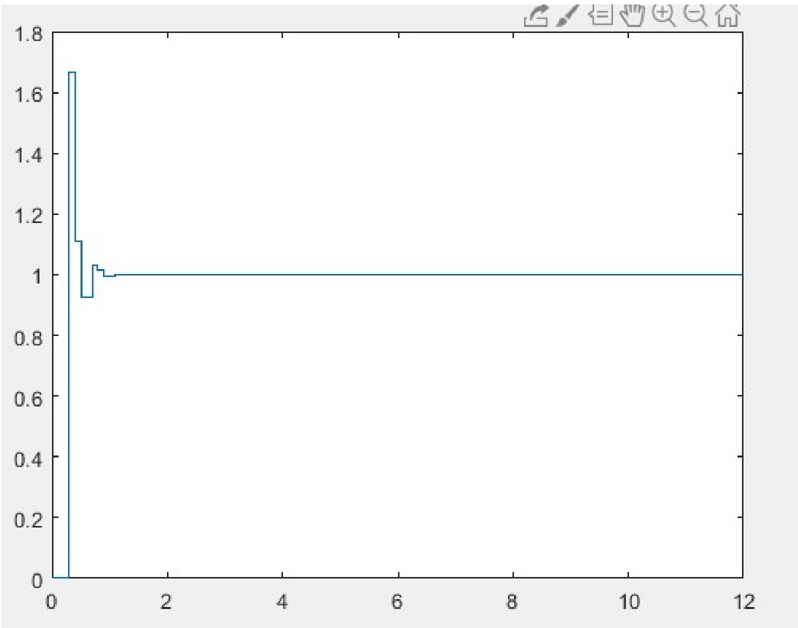
$a''''_4 = 4 - 0{,}5 \cdot 2 = 3$ $\quad a''''_3 = 2 - 0{,}5 \cdot 4 = 0$

$$\begin{matrix} 3 & 0 \end{matrix}$$

A táblázat alapján $a_4 = 5$, $a'_4 = 4{,}8$, $a''_4 = 4{,}5$, $a'''_4 = 4$ és $a''''_4 = 3$, tehát valamennyi érték pozitív, így tag aszimptotikusan stabil és BIBO stabil is.

Az átmeneti függvénye az alábbi:

```
Ts=0.1
z=tf('z',Ts);
dG=15/(5*z^3+4*z^3+3*z^2+2*z+1);
[y,t]=step(dG,12);
stairs(t,y);
```



Legyen a vizsgálandó impulzus átviteli függvény:

$$G(z) = \frac{8}{2z^3 + 2z^2 + 3z + 1}$$

Az előadásfóliában bemutatottnak megfelelően a Jury-tesztet a következő módon végezzük el:

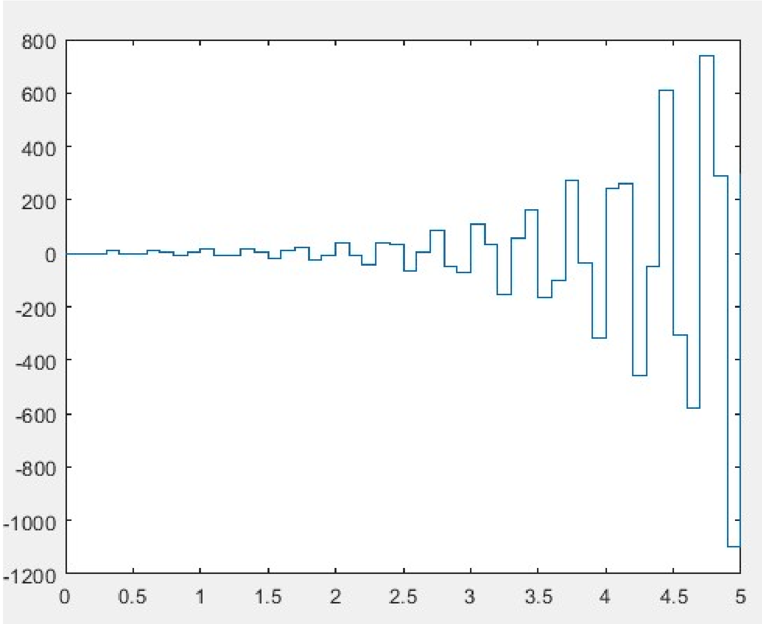
$$\begin{array}{cccc} 2 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{array} \qquad \alpha_3 = \frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \begin{array}{ll} a_3' = 2 - 0{,}5 \cdot 1 = 1{,}5 & a_2' = 2 - 0{,}5 \cdot 3 = 0{,}5 \\ a_1' = 3 - 0{,}5 \cdot 2 = 2 & a_0' = 1 - 0{,}5 \cdot 2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1{,}5 & 0{,}5 & 2 & 0 \\ 2 & 0{,}5 & 1{,}5 & \end{array} \qquad \alpha_2 = \frac{2}{1{,}5} = 1{,}33 \qquad a_3'' = 1{,}5 - 1{,}33 \cdot 2 = -1{,}16$$

$$-1{,}16 \quad \ldots$$

Mint látható, $a_3'' = -1{,}16$, azaz negatív érték, tehát a Jury teszt alapján a stabilitás nem fog teljesülni, így nem kell a számolást folytatni.

A tag átmeneti függvénye az alábbi ábrán látható.



Oldjuk meg ugyanezt a példát a w-teszt segítségével is! Ehhez az impulzus átviteli függvény nevezőjében lévő polinomba helyettesítsük be:

$$z = \frac{w+1}{w-1}$$

azaz

$$2z^3 + 2z^2 + 3z + 1 \quad \Longrightarrow \quad 2\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^3 + 2\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^2 + 3\left(\frac{w+1}{w-1}\right) + 1 = 8w^3 + 2w^2 + 4w + 1$$

A kapott polinomra alkalmazzuk a Hurwitz kritériumot.

A kritérium első feltétele, hogy minden együttható pozitív legyen, teljesül.

A második feltélhez fel kell írni a Hurwitz determináns

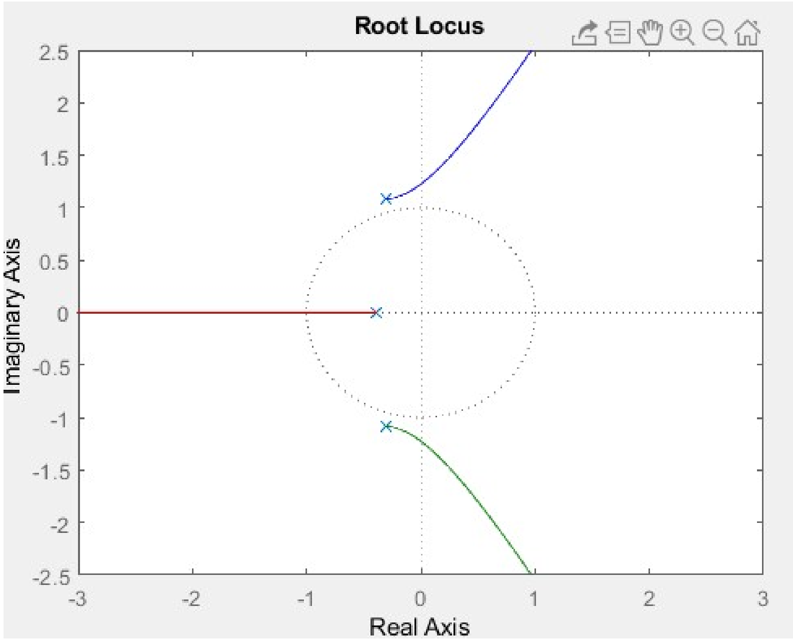
$$H_{3\times 3} = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

a determinánsok ellenőrzése:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \Delta_2 \ngtr 0$$

Mint látható, a második feltétel nem teljesül, azaz a tag instabil.

A tag gyökhelygörbéje:


Root Locus
Imaginary Axis
Real Axis
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-2
-1
0
1
2
3