

Mérési adatok feldolgozása:

- rekurzív vagy futóátlag:

$$\bar{x}_r(0) = 0,$$

$$\bar{x}_r(k) = \bar{x}_r(k-1) + \frac{1}{k}(x_k - \bar{x}_r(k-1)) = \frac{k-1}{k}\bar{x}_r(k-1) + \frac{1}{k}x_k,$$

ahol $\bar{x}_r(k)$ a k számú adat alapján vett átlag, és x_k a k -dik mérési adat.

- ablakos mozgó átlag: $\bar{x}_m^N(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^k x_i$, ahol N az ablakszélesség,
- terjedelem: $T = x_{max} - x_{min}$
- interkvartilis terjedelem: $TQ = Q_3 - Q_1$
- elméleti szórás: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}$, ahol μ a mérési adat várható értéke, n a mérések száma.
- korrigált tapasztalati szórás: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
- korrigálatlan tapasztalati szórás: $s^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
- relatív szórás: $s_{rel} = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$ [%]
- átlagérték szórása: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$
- átlagérték relatív szórása: $s_{\bar{x},rel} = \frac{s}{\bar{x}\sqrt{n}} \cdot 100$

Relatív gyakorisági hisztogram:

- osztályok száma: $k \simeq 1 + 3,3 \cdot \lg n$
- egyforma osztályszélesség
- határra ne essen adat

Box-plot ábrázolás

- maximális érték
- felső kvartilis
- medián
- alsó kvartilis
- minimális érték

Kiugró érték ellenőrzése: $v = \frac{|x_i^* - \bar{x}|}{s}$, ahol x_i^* a vizsgálandó érték, $\bar{x}$ a többi adatból számolt átlag, s a többi adatból számolt szórás

Mérési hibák:

- abszolút hiba H_i , $H_i = x_i - x_0$
- relatív hiba h_i , $h_i = \frac{H_i}{x_0} 100$
- mérés relatív hibája = relatív hiba a teljes tartományra + a mért érték relatív hibája
- véletlenszerű hiba
 - véletlen hiba: $\bar{x} \pm 3s$ belül;

- kiugró hiba: $\bar{x} \pm 3s \div \pm 6s$ között;
- nagyságrendi hiba: $\bar{x} \pm 6s$ kívül;
- rendszeres hiba: $x_i = \alpha + \beta x_0 + \varepsilon_i$ ahol α állandó rendszeres hiba, $\beta - 1$ arányos rendszeres hiba, ε_i véletlen hiba
- Pontossági osztályok $h_p \geq \frac{H_{max}}{x_k}$, ahol x_k a konvencionális érték
- abszolút hibakorlát: $H_{max} = h_p \cdot x_k$
- relatív hibakorlát: $h_{max} = h_p \frac{x_k}{x_i}$
- hibaterjedés:
 - additív művelet esetén a műveletben szereplő adatok abszolút hibakorlátját kell összeadni;
 - multiplikatív művelet esetén a műveletben szereplő adatok relatív hibakorlátját kell összeadni;
 - a számított mennyiség és a meghatározott hibakorlát segítségével kiszámítjuk a másik hibakorlátot.

Valószínűségi eloszlások:

- normális eloszlás sűrűségfüggvénye: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
- normális eloszlás eloszlásfüggvénye: $F(x) = \int_{-\infty}^{x_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$
- standardizált normális eloszlás sűrűségfüggvénye: $f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$ ahol $u = \frac{x - \mu}{\sigma}$

Statistikai próbák

- kiindulás: H_0 állító hipotézis, H_1 ellenhipotézis, α szignifikancia szint
- u -próba:
 - kétoldalas hipotézispár: $H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$
 - egyoldalas hipotézispár: $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad H_1 : \mu > \mu_0$ (jobb oldali ellenhipotézis) vagy $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad H_1 : \mu < \mu_0$ (bal oldali ellenhipotézis)
 - próbastatisztika: $u_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$
 - elfogadás: kétoldalas próba esetén H_0 elfogadható, ha $u_0 \in [-u_{\alpha/2}, u_{\alpha/2}]$
 - elfogadás: egyoldalas próba esetén H_0 elfogadható, ha $u_0 \in [-\infty, u_{\alpha}]$ (jobb oldali ellenhipotézis) vagy $u_0 \in [u_{\alpha}, \infty]$ (bal oldali ellenhipotézis)
 - döntési hiba: legyen a hipotézis pár $H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu = \mu_1$,
elsőfajú hiba valószínűsége: α ,
másodfajú hiba valószínűsége: $\beta = P\left(-u_{\alpha/2} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < u < u_{\alpha/2} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$
- χ^2 -próba:
 - általában egyoldalas hipotézispár: $H_0 : \sigma \leq \sigma_0 \quad H_1 : \sigma > \sigma_0$ (annak ellenőrzése, hogy a szórás meghalad-e egy adott értéket)
 - próbastatisztika: $\chi_0^2 = \frac{s^2(n-1)}{\sigma_0^2}$
 - H_0 elfogadása: $\chi_0^2 < \chi_{\alpha}^2, \nu = n - 1$
- F -próba:
 - általában kétoldalas hipotézispár: $H_0 : \sigma_1 \leq \sigma_2 \quad H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ (annak ellenőrzése, hogy a két elméleti szórásnégyzet (variancia) megegyezik-e)
 - próbastatisztika: $F_0 = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ (a nagyobb varianciaérték kerüljön a számlálóba!)

- H_0 elfogadása: $F_0 < F_{\alpha/2}(\nu_1, \nu_2)$, $\nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1$
- egymintás t -próba:
 - kétoldalas hipotézispár: $H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$
 - egyoldalas hipotézispár: $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad H_1 : \mu > \mu_0$ (jobb oldali ellenhipotézis) vagy $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad H_1 : \mu < \mu_0$ (bal oldali ellenhipotézis)
 - próbastatisztika: $t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
 - elfogadás: kétoldalas próba esetén H_0 elfogadható, ha $t_0 \in [-t_{\alpha/2}^\nu, t_{\alpha/2}^\nu]$, $\nu = n - 1$;
 - elfogadás: egyoldalas próba esetén H_0 elfogadható, ha $t_0 \in [-\infty, t_\alpha^\nu]$ (jobb oldali ellenhipotézis) vagy $t_0 \in [-t_\alpha^\nu, \infty]$ (bal oldali ellenhipotézis) a határértéket a táblázatban 2α -nál kell keresni! ;
- kétmintás t -próba:
 - általában kétoldalas hipotézispár: $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, azaz a két független minta várhatóértékének egyezőségének ellenőrzése
 - a szórások egyezőségét ellenőrizni kell!
 - próbastatisztika: $t_0 = \frac{d}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$, ahol $s^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} (s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1))$
 - elfogadás: kétoldalas próba esetén H_0 elfogadható, ha $t_0 \in [-t_{\alpha/2}^\nu, t_{\alpha/2}^\nu]$, $\nu = n_1 + n_2 - 2$
- páros t -próba:
 - általában kétoldalas hipotézispár: $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, azaz a két összefüggő minta várhatóértékének egyezőségének ellenőrzése
 - próbastatisztika: $t_0 = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$, ahol $\bar{d}$ a páronkénti eltérés átlagértéke, $s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$ szórásnégyzete.
 - elfogadás: kétoldalas próba esetén H_0 elfogadható, ha $t_0 \in [-t_{\alpha/2}^\nu, t_{\alpha/2}^\nu]$, $\nu = n - 1$

Nemparaméteres próbák

- Mann-Whitney U-próba
 - hipotézisek:
 - H_0 : a nincs különbség a két adathalmaz eloszlásában a várható értéket tekintve
 - H_1 : van különbség a várható értékekben (kétoldalas próba) vagy az egyik adathalmaz a másikhoz képest jobbra eltolódik (egyoldalas próba)
 - rangképzés (átlagrang!), rangösszegek T_1, T_2
 - képletek

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - T_1 \quad U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - T_2$$

- Wilcoxon-próba
 - hipotézisek:
 - H_0 : a nincs különbség a két adathalmaz eloszlásában a várható értéket tekintve
 - H_1 : van különbség a várható értékekben (kétoldalas próba) vagy az egyik adathalmaz a másikhoz képest jobbra eltolódik (egyoldalas próba)
 - különbségképzés páronként, ha 0, akkor kihagyás
 - rangsorolás abszolút érték alapján, majd rangösszegek T^+, T^-
 - kétoldalas tesztnél $\min(T^+, T^-)$, egyoldalasnál ha az 1. sokaság jobbra tolódása, akkor T^- -t