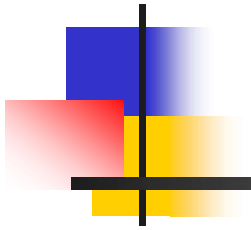
Figyelem!

A következő előadás a koronavírus miatt elrendelt távoktatáshoz készült segédanyagként a Irányításelmélet és technika I. kurzust a 2019/20-as tanév tavaszi félévében felvett hallgatók számára.
A felvétel sokszorosításához és terjesztéséhez az előadó nem járul hozzá.



Mintavételes rendszerek szabályozása

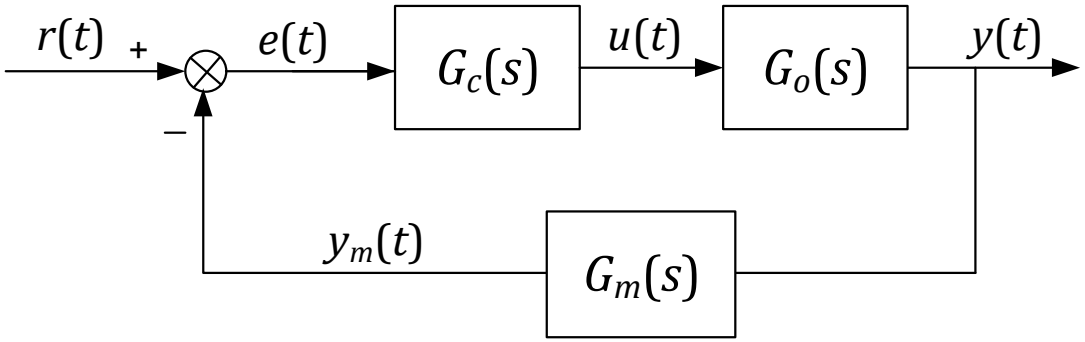
Gerzson Miklós

Pannon Egyetem, Villamosmérnöki és Információs
Rendszerek Tanszék

2019/2020 II. félév

Visszacsatolt szabályozó rendszerek

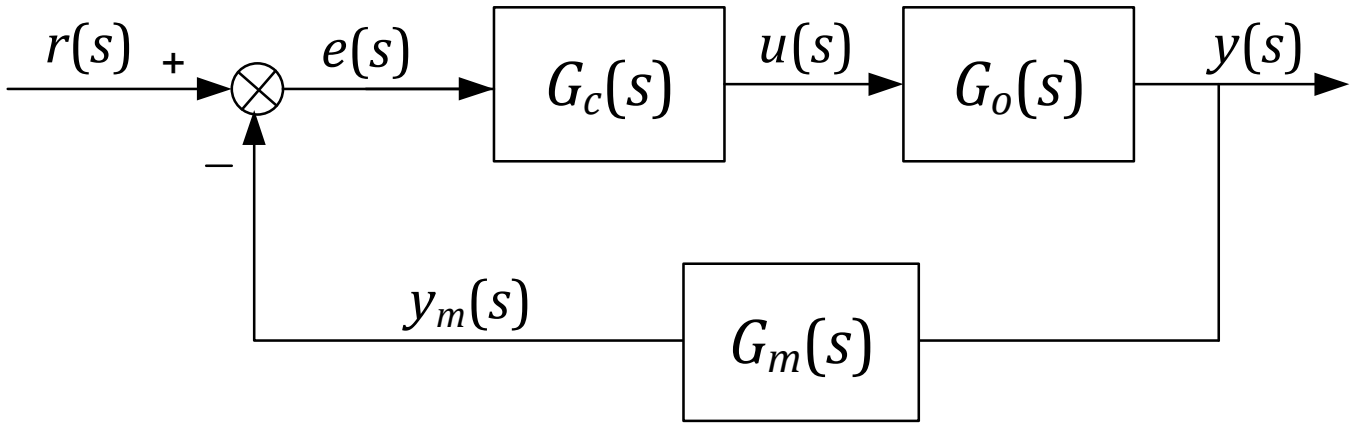
- folytonos idejű szabályozó kör:



- $r(t)$ – referencia vagy előírt érték / alapjel
- $e(t)$ – hiba jel / szabályozási eltérés
- $G_c(s)$ – szabályzó átviteli függvénye
- $u(t)$ – beavatkozó jel
- $G_p(s)$ – szabályozott szakasz átviteli függvénye
- $y(t)$ – szabályozott kimenet
- $G_m(s)$ – mérőműszer átviteli függvénye
- $y_m(t)$ – mért kimenet

Visszacsatolt szabályozási rendszerek

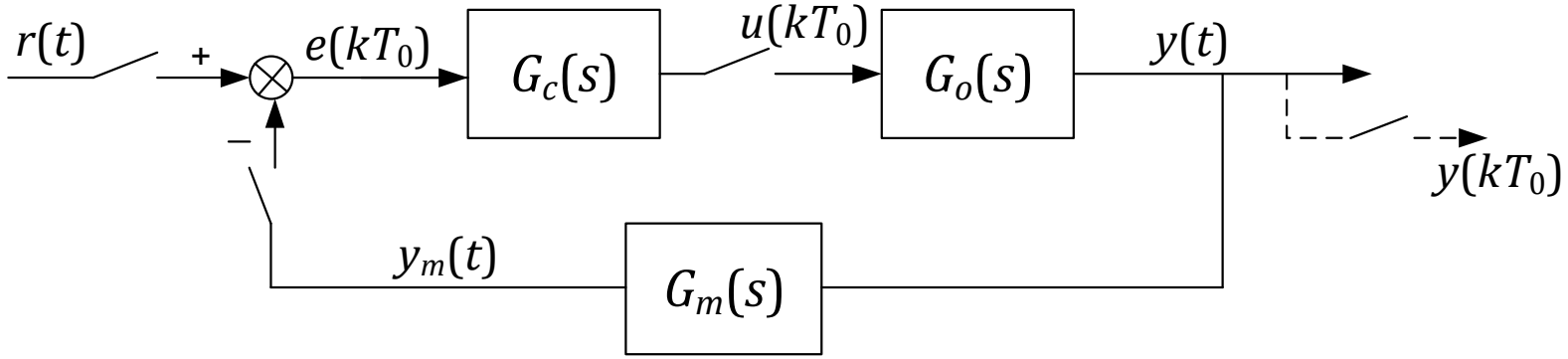
- a zárt szabályozási kör eredő átviteli függvénye:

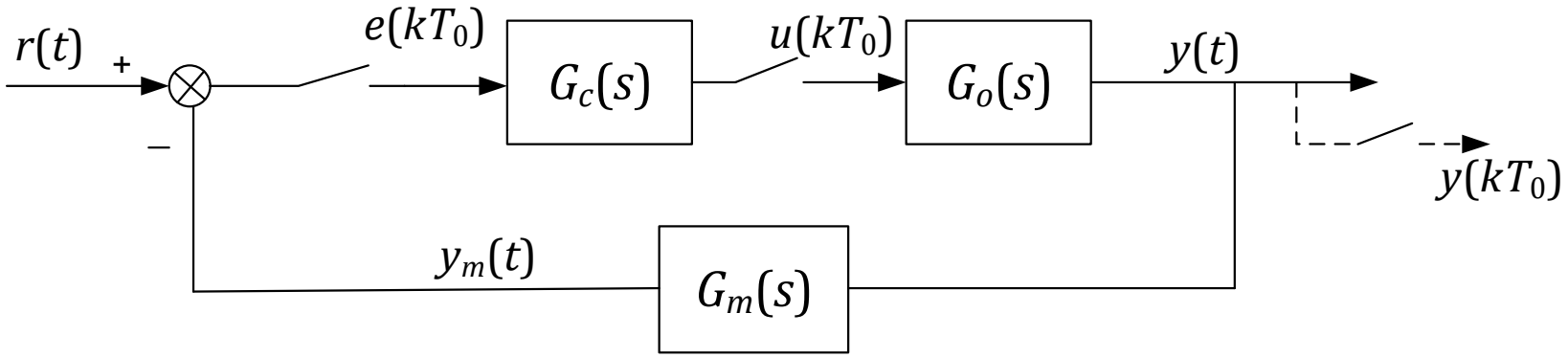


$$G_e(s) = \frac{G_c(s)G_o(s)}{1 + G_c(s)G_o(s)G_m(s)}$$

Visszacsatolt szabályozási rendszerek

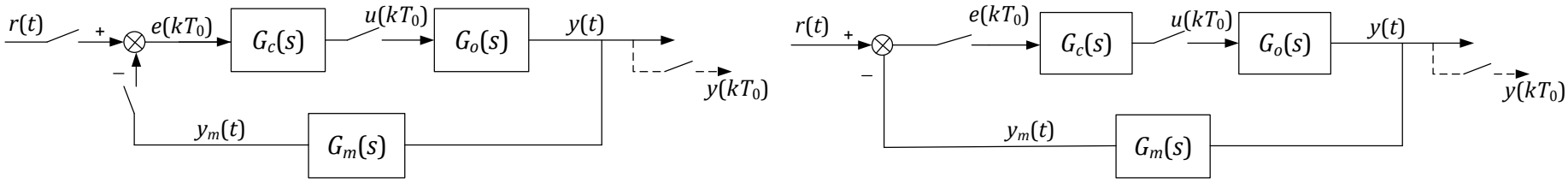
- Mintavételezett, zárt szabályozási kör felépítése:





Visszacsatolt szabályozási rendszerek

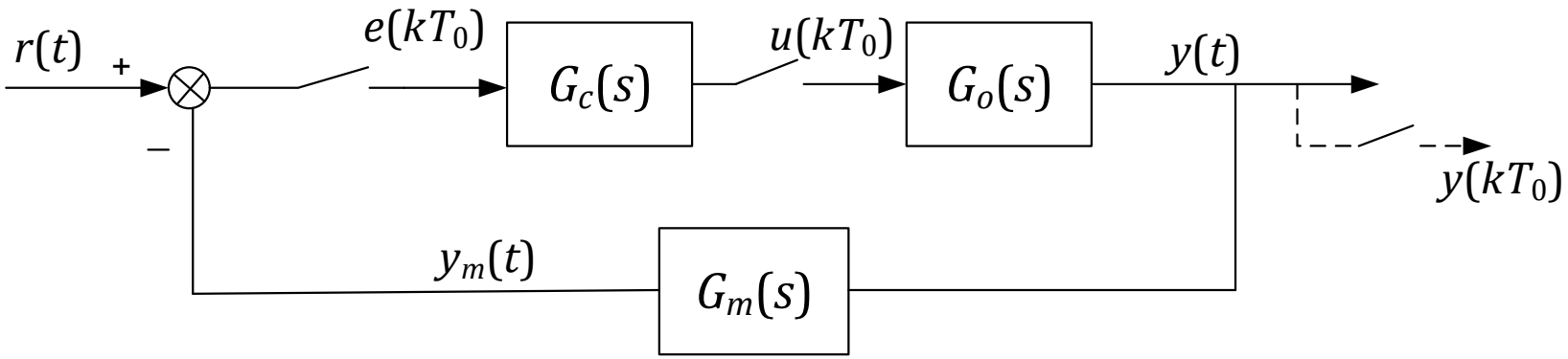
- Szabályozási kör mintavételezői:



  - a szabályozó minden mintavételezési ciklusban lekérdezi az alapjel és mért kimenet értékét
  - miután a különbségképző nem jelformáló tag, ezért ez a két mintavételező összevonható
  - a beavatkozó jelnél nincs mintavételező, ott az csak a szaggatott információáramra utal
  - a kimenőjel mintavételezése formális

Visszacsatolt szabályozási rendszerek

- Mintavételezett, zárt szabályozási kör:



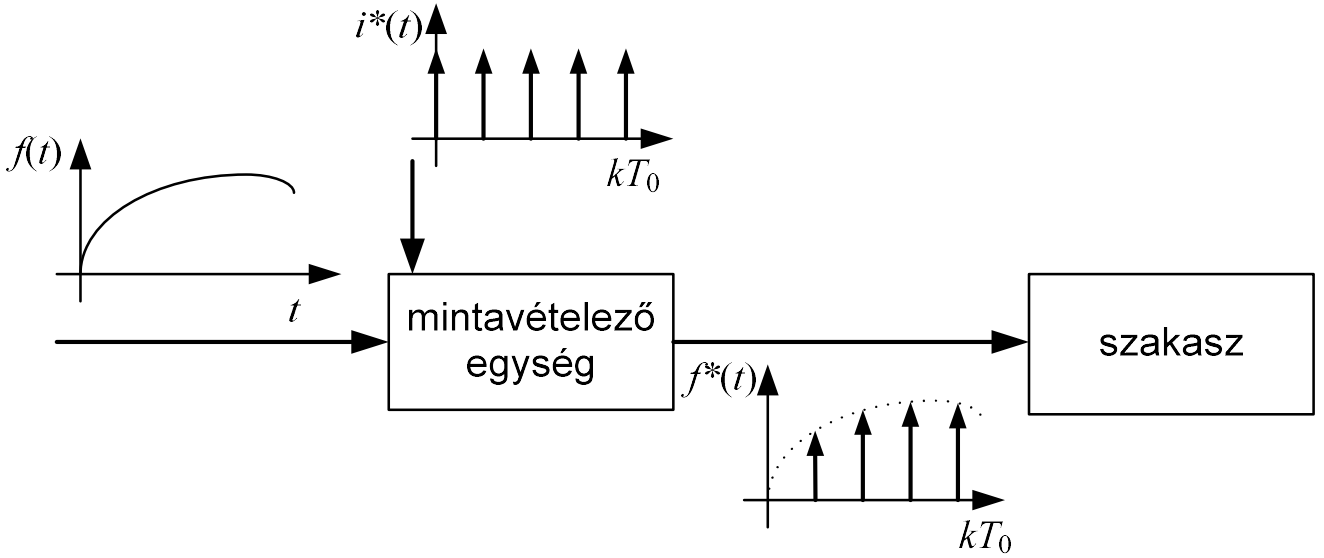
- az eredő impulzus átviteli függvény:

$$G_z(z) = \frac{y(z)}{r(z)} = \frac{G_c(z)G_o(z)}{1 + G_c(z)G_oG_m(z)}$$

$$G_oG_m(z) = \mathcal{Z}\big(G_o(s)G_m(s)\big)$$

Tartószervek

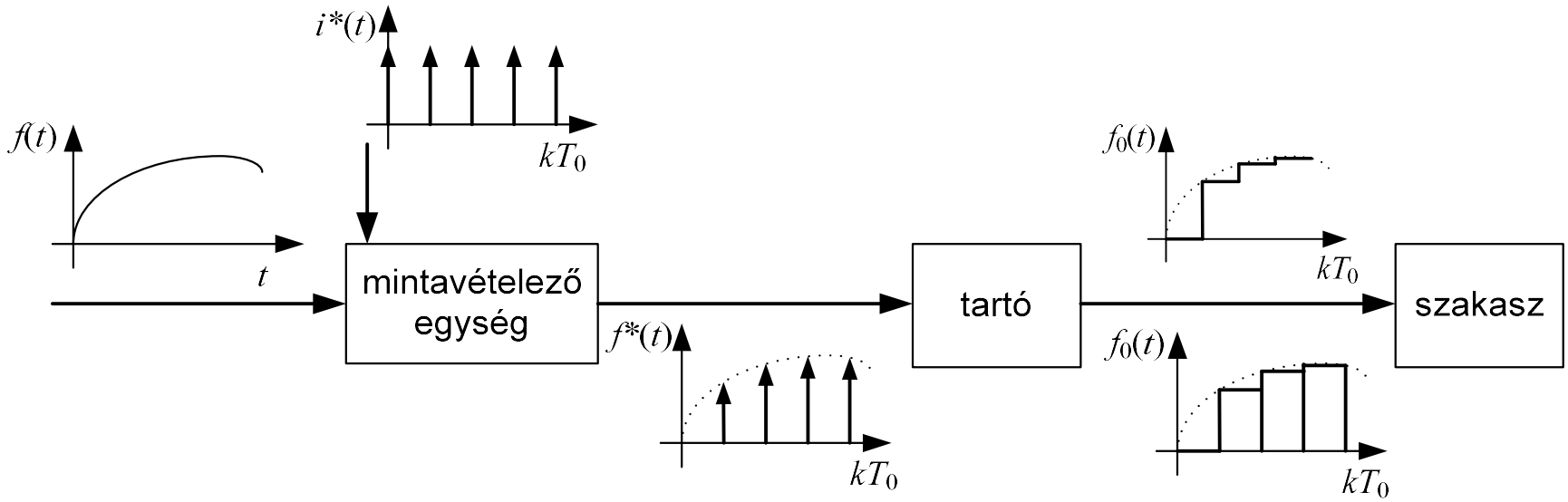
- eddigi vizsgálatoknál:



  - azaz a szakasz bemenetére egy impulzussorozat került
  - pl. a szabályzó a szabályozott tag felé impulzusokat küld ki

Tartószervek

- egy lehetséges megoldás: a következő mintavételezési időpontig maradjon ugyanaz a jel

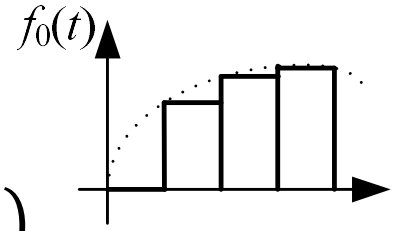


nulladrendű tartószerv

Tartószervek

- leírása

$$f_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_0) \cdot \left(1(t - nT_0) - 1(t - (n+1)T_0)\right)$$



  - Laplace-transzformálva

$$F_0(s) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_0) \cdot \frac{e^{-nT_0 s} - e^{-(n+1)T_0 s}}{s} = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} f(nT_0) \cdot e^{-nT_0 s}}$$

$=F^*(s)$, azaz $f^*(t)$ diszkrét Laplace-transzformáltja

$$F_0(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} F^*(s)$$

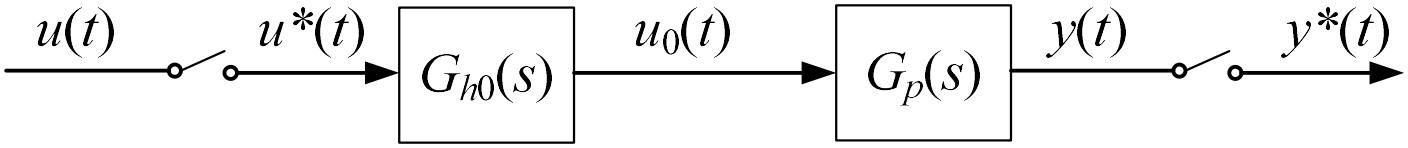
Tartószervek

- ennek alapján a nulladrendű tartószerv átviteli függvénye

$$G_{h_0}(s) = \frac{F_0(s)}{F^*(s)} = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s}$$

Tartószervek

- a teljes rendszert tekintve



  - a diszkrét eredő átviteli függvény

$$G_e^*(s) = \mathcal{L}^*\left(G_{h_0}(s)G_p(s)\right)$$

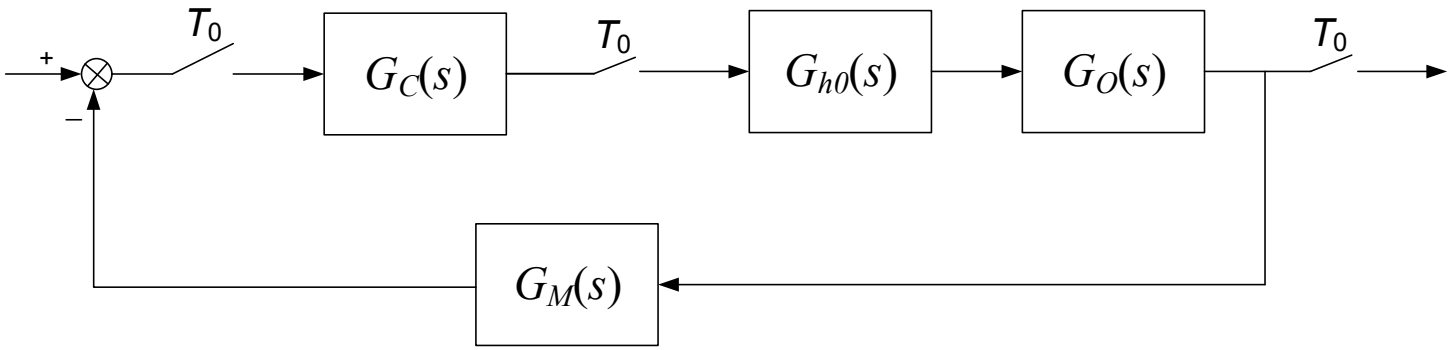
  - impulzus átviteli függvény

$$G_e(z) = \mathcal{Z}\left(G_{h_0}(s)G_p(s)\right) = \mathcal{Z}\left(\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}G_p(s)\right) =$$

$$= \mathcal{Z}\left(\frac{G_p(s)}{s} - e^{-T_0 s}\frac{G_p(s)}{s}\right) = (1-z^{-1})\cdot\mathcal{Z}\left(\frac{G_p(s)}{s}\right)$$

Diszkrét idejű szabályozási kör

- Tartószervvel kiegészített szabályozó kör
  - hatásvázlata



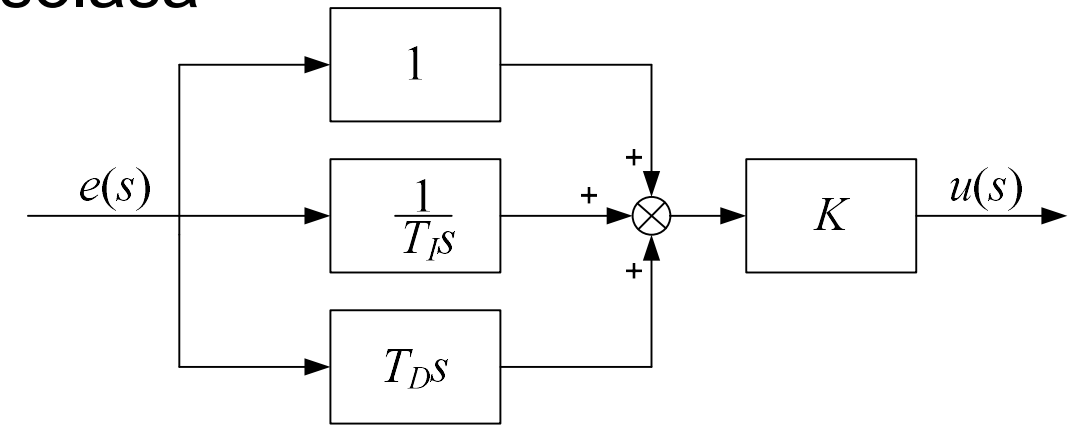
  - eredő impulzusátviteli függvénye:

$$G_z(z) = \frac{y(z)}{r(z)} = \frac{G_c(z)G_{h0}G_o(z)}{1 + G_c(z)G_{h0}G_oG_m(z)}$$

$$G_{h0}G_oG_m(z) = \mathcal{Z}\big(G_{h0}(s)G_o(s)G_m(s)\big)$$

Diszkrét PID algoritmus

- folytonos PID algoritmus
  - arányos, integráló és deriváló tagok párhuzamos kapcsolása



  - ahol

K – a közös erősítés

T_I – az integrálási időállandó

T_D – a deriválási időállandó

Diszkrét PID algoritmus

- folytonos PID algoritmus
  - I/O modellje:

$$u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(\tau)\,d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}\right)$$

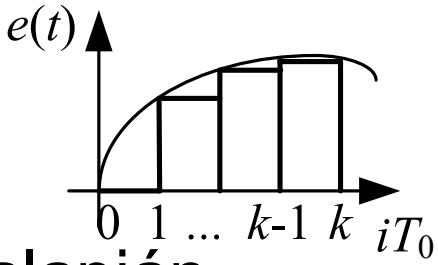
  - átviteli függvénye

$$G(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

Diszkrét PID algoritmus

- a folytonos algoritmus diszkretizálása
  - tagonként az időtartománybeli modell alapján
  - az átviteli függvényből táblázattal
  - arányos tag: $e(t) \rightarrow e(kT_0)$, azaz a hibajel értéke az adott mintavételezési időpontban
  - integráló tag:

$$\frac{1}{T_I}\int_0^t e(\tau)d\tau \rightarrow \frac{T_0}{T_I}\sum_{i=0}^{k-1} e(i)$$



azaz az integrálást a téglány szabály alapján összegzéssel közelítjük

Diszkrét PID algoritmus

- deriváló tag

$$T_D \frac{de(t)}{dt} \rightarrow T_D \frac{e(kT_0) - e\big((k-1)T_0\big)}{T_0}$$

azaz a deriválást két pontos különbségképzéssel közelítjük

- léteznek más, pontosabb, de bonyolultabb megoldások az integráló, illetve a deriváló tagok közelítésére

Diszkrét PID algoritmus

- a diszkrét PID algoritmus I/O modellje:

$$u(kT_0) = K\left(e(kT_0) + \frac{T_0}{T_I}\sum_{i=0}^{k-1} e(iT_0) + T_D\frac{e(kT_0) - e\big((k-1)T_0\big)}{T_0}\right)$$

  - ez az ún. *pozíció algoritmus*, mely megadja, hogy hova álljon be a végrehajtószerv (pl. hány %-ra nyisson).
  - z-transzformálva

$$U(z) = K\left(E(z) + \frac{T_0}{T_I}\frac{z}{z-1}E(z) + \frac{T_D}{T_0}(1-z^{-1})E(z)\right)$$

Diszkrét PID algoritmus

- az impulzus átviteli függvény

$$G_{DPID}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K\left(1 + \frac{T_0}{T_I}\frac{z}{z-1} + \frac{T_D}{T_0}\frac{z-1}{z}\right)$$

Diszkrét PID algoritmus

- Vannak olyan beavatkozó szervek, amelyek bemenetére a pillanatnyi helyzethez képesti megváltozást kell bemenő adatként megadni. Ezt szolgáltatja a *sebesség algoritmus*.
- Levezetéshez írjuk fel a pozíció algoritmust a k-dik és k-1-dik mintavételezési időpontra:

$$u(k) = K\left(e(k) + \frac{T_0}{T_I}\sum_{i=0}^{k-1} e(i) + T_D\frac{e(k)-e(k-1)}{T_0} \right)$$

$$u(k-1) = K\left(e(k-1) + \frac{T_0}{T_I}\sum_{i=0}^{k-2} e(i) + T_D\frac{e(k-1)-e(k-2)}{T_0} \right)$$

Diszkrét PID algoritmus

- kivonva egymásból a két egyenletet

$$u(k) - u(k-1) = K\left(e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I}e(k-1) + \frac{T_D}{T_0}\left(e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)\right)\right)$$

- ezt az egyenletet a következő alakban szokás megadni:

$$u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

ahol

$$q_0 = K\left(1 + \frac{T_D}{T_0}\right) \qquad q_1 = -K\left(1 - \frac{T_0}{T_I} + 2\frac{T_D}{T_0}\right) \qquad q_2 = K\frac{T_D}{T_0}$$

Diszkrét PID algoritmus

- impulzus átviteli függvény

$$(1 - z^{-1})\, U(z) = q_0 E(z) + q_1 z^{-1} E(z) + q_2 z^{-2} E(z)$$

$$G^{s}_{DPID}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

Diszkrét PID algoritmus

- Diszkrét PID algoritmus beállítása Takahashi szerint
  - paraméterek
    - T_0 mintavételezési idő
    - T a szabályozott szakasz időállandója
    - T_h a szabályozott szakasz holtideje
    - K a szabályzó erősítése
    - T_I integrálási időállandó
    - T_D deriválási időállandó
  - legyen $\frac{T_h}{T_0} \geq 1$

Diszkrét PID algoritmus

- beállítandó paraméterek
  - erősítés $$K = \frac{1.2T}{T_h + T_0} - \frac{0{,}3T \cdot T_0}{(T_h + T_0/2)^2}$$
  - integrálási időállandó $$\frac{T_0}{T_I} = \frac{0{,}6T \cdot T_0}{K(T_h + T_0/2)^2}$$
  - deriválási időállandó $$\frac{T_D}{T_0} = \frac{0{,}5T}{KT_0}$$

Diszkrét PID algoritmus

- a példa szimulációja

