

*Modell Alapú Diagnosztika Diszkrét Módszerekkel*  
*Dinamikus modellek felállítása mérnöki alapelvek*  
*segítségével*

**Hangos Katalin**

PE Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék

# Tartalom

---

1. A modellezési feladat
2. A megmaradás elve
  - termodinamikai alapok
  - jelenségek, mechanizmusok
3. Kiegészítő egyenletek
  - kitűzése és jellemzői
4. A modellezési eljárás és lépései
  - modellezési cél
  - szisztematikus modell építési eljárás
  - a modell összetevői
5. A modell állapotter alakja
  - állapotváltozók, potenciális bemenetek és kimenetek

## Az Általános modellezési feladat

- **adott:** modellezendő rendszer, modellezési cél
- **meghatározandó:** matematikai modell, amely leírja a rendszer viselkedését az adott célra



$$\frac{dh}{dt} = \frac{v_{be}}{A} s_{z_{be}} - \frac{v_{ki}}{A} s_{z_{ki}}$$
$$\frac{dT}{dt} = \frac{v_{be}}{Ah} (T_{be} - T) s_{z_{be}} + \frac{Q_H}{c_p \rho Ah} k$$
$$h(0) = h_0, \quad T(0) = T_0$$

# A modellezési cél

---

Feladatléírás: a rendszer és a **modellezése cél** együttese  
Modellezési cél

- fajtái
  - dinamikus és statikus (állandósult állapotbeli) szimuláció
  - tervezés
  - **folyamatirányítás** (predikció, értéktartó szabályozás, identifikáció, diagnosztika)
- meghatározza a modell értelmezési tartományát
- modellezési cél befolyásolja:
  - milyen jelenségeket vegyünk figyelembe
  - modell matematikai formáját
  - modell pontosságát (jellemző változókra nézve)

# 7 lépéses modellezési eljárás

## 1 Probléma definiálása formális leírás

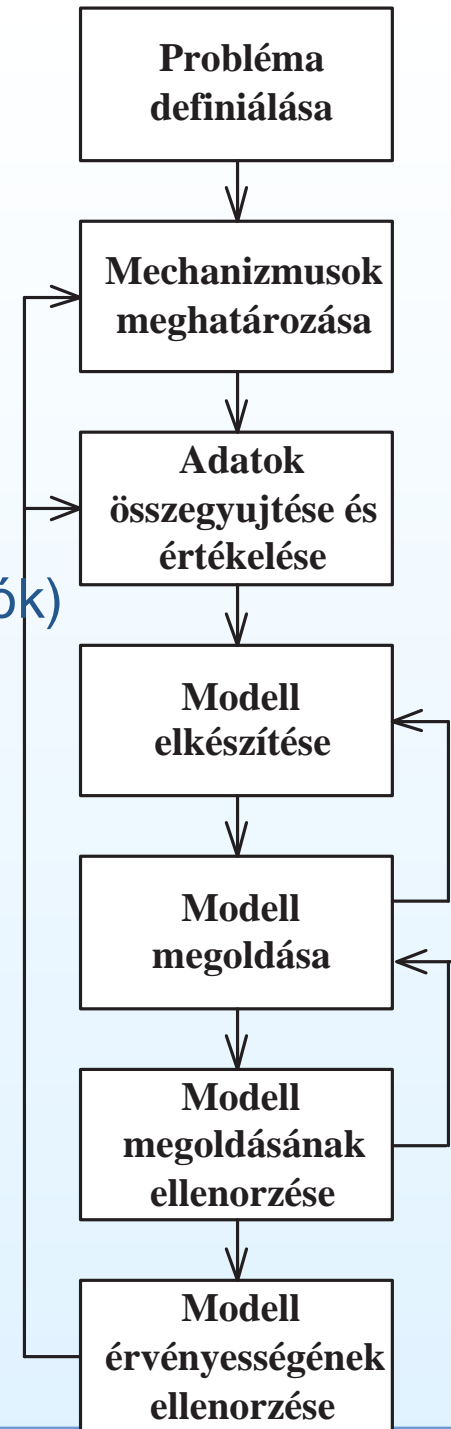
- a rendszer körülhatárolása
- modellezési cél meghatározása
- folyamatábra elkészítése (berendezések, változók)

## 2 Mechanizmusok meghatározása

- leírandó jelenségek összegyűjtése  
(pl. áramlás, átadás, reakció, párolgás)

## 3 Adatok összegyűjtése és értékelése

- állandók táblázatokból (pontosság!)
- berendezés és működés jellemzői
- mért adatok (előkísérletek)



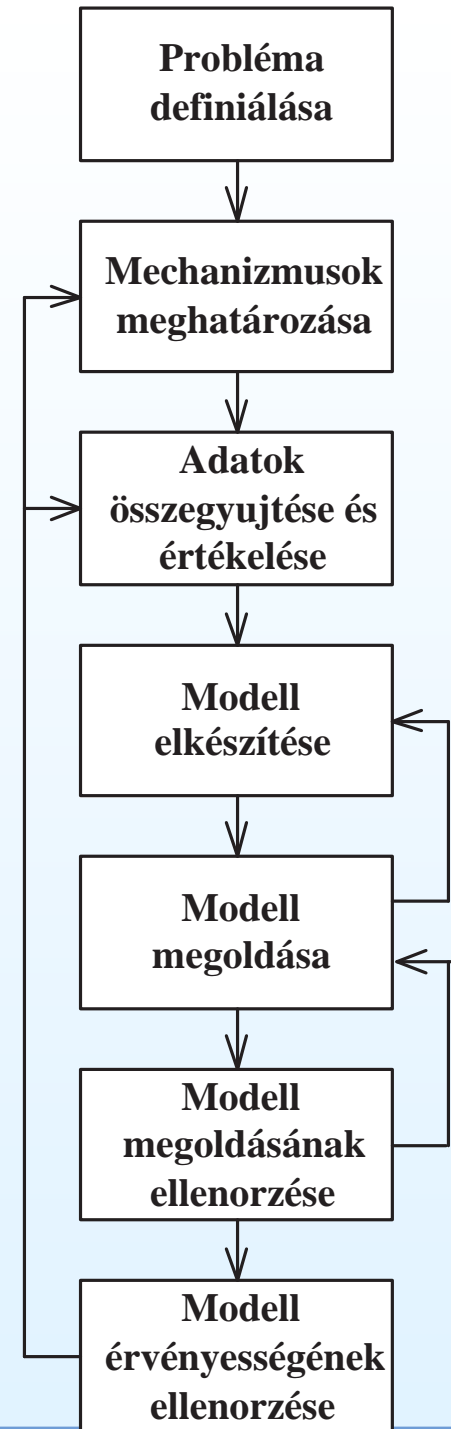
# 7 lépéses modellezési eljárás

## 4 Modell elkészítése

- mérlegelési térfogatok meghatározása
- modellezési feltételezések megfogalmazása
- modell egyenletek felírása (mérlegegyenletek, kiegészítő egyenletek)
- kezdeti- és peremfeltételek megadása

## 5 Modell megoldása

- megoldó eljárás készítése vagy testreszabása
- a megoldás hihetőségének és pontosságának ellenőrzése



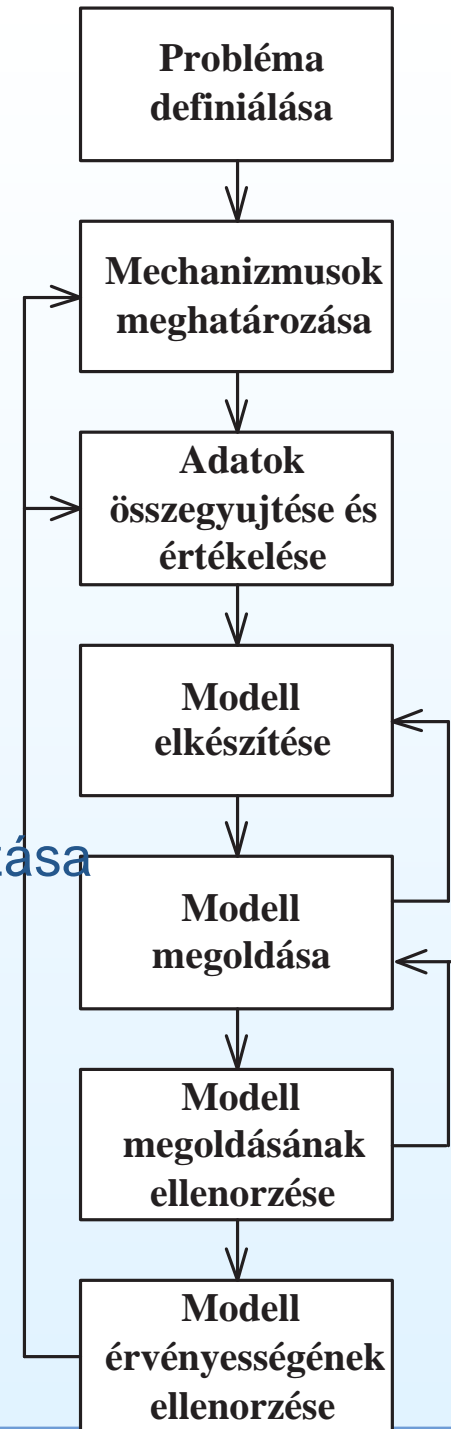
# 7 lépéses modellezési eljárás

## 6 Modell megoldásának ellenőrzése

- kvalitatív viselkedés ellenőrzése mérnöki intuíció alapján
- dinamikus tulajdonságok (pl. stabilitás) meglétének ellenőrzése

## 7 Modell érvényességének ellenőrzése

- modell kalibráció bizonytalan/ismeretlen paraméterek meghatározása paraméterbecsléssel
- modell validáció matematikai modell és a valós rendszer (mérés) pontos statisztikai összehasonlítása



# Mechanizmusok - jelenségek

---

A leggyakrabban előforduló mechanizmusok folyamatrendszereknél - a leíró tárgy

- áramlások (konvekció, diffúzió) - áramlástan
- hűtés/fűtés (hőátadás/energiaátadás) - hő- és áramlástan
- kémiai reakció - reakciókinetika
- fázisátalakulások (párolgás, forrás, olvadás, ...) - termodinamika
- elegyedés/szétválasztás (desztilláció, oldódás, kristályosítás, ...) - termodinamika
- (hősugárzás, bioreakció, adszorpció, abszorpció, ...)



# A megmaradási egyenletek - 1

**Mérlegelési térfogatok:** ezekre írunk fel dinamikus mérlegegyenleteket

- általában *állandó térfogat*
- *tökéletesen kevert* (koncentrált paraméterű, közönséges differenciálegyenlet alakú mérleg)

**Megmaradó (extenzív) mennyiségek:**

- összes tömeg
- energia (entalpia, belső energia)
- komponens tömeg, (impulzus)

**Dinamikus mérlegegyenlet** általános alak: megmaradó mennyiségre

$$\left\{ \begin{array}{l} idobeli \\ valtozas \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} be- \\ aramlas \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} ki- \\ aramlas \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} forras \\ nyelo \end{array} \right\}$$

# Intenzív mennyiségek

## Rendszer-egyesítéskor kiegyenlítődnek

- potenciál (hajtóerő) típusú mennyiségek
- áramlások és átadások hajtóerői (leggyakrabban lineáris közelítés "kereszthatás" nélkül)
- mérhetőek
- extenzív - intenzív párok
  - összes tömeg  $m$  - nyomás  $p$
  - energia  $U$  - hőmérséklet  $T$
  - komponens tömeg  $m_X$  - koncentráció  $c_X$  (kémiai potenciál)

## Extenzív - intenzív mennyiségek közötti összefüggések

- $U = c_P m T$  ( $c_P$  fajhő)
- $m_X = \frac{m}{\rho} c_X$  ( $\rho$  sűrűség)

## A megmaradási egyenletek - 2

**Összes tömegre** felírt dinamikus mérlegegyenlet

- ***nincs forrás/nyelő***
- az összes tömeg  $m$  mérhető (pl. szintmérés)
- tökéletesen kevert esetben a be- ( $v_B$ ) és kiáramlások ( $v_K$ ) tömegáramok [ $kg/s$ ]

Példa:

$$\frac{dm}{dt} = v_B - v_K$$

## A megmaradási egyenletek - 3

### Energiára felírt dinamikus mérlegegyenlet

- forrás/nyelő: külső (pl. elektromos) fűtés-hűtés és/vagy hőátadás  $Q$  ( $[J/s]$ )
- tökéletesen kevert esetben a be- ( $c_p v_B T_B$ ) és kiáramlások ( $c_P v_K T$ ) energiaáramok  $[J/s]$
- az energia  $U$  közvetlenül **nem mérhető**, helyette a hőmérsékletet használjuk az egyenletben => intenzív alakra hozás

Példa:

$$\frac{dU}{dt} = c_p v_B T_B - c_P v_K T - Q$$

## Kiegészítő egyenletek

---

A modell teljes matematikai leírásához szükséges további összefüggések

- általában algebrai egyenletek
- fő típusai:
  - extenzív-intenzív összefüggések
  - átadást leíró egyenletek
  - reakciókinetikát leíró egyenletek
  - termodinamikai relációk
  - mérlegelési térfogatokra vonatkozó összefüggések
  - berendezésre és szabályozóra vonatkozó összefüggések

## Modellezési feltételezések

A modellezési eljárás során **fokozatosan kell összegyűjteni** a listát

Leggyakoribb modellezési feltételezések:

- rendszer időbeli viselkedésére vonatkozó feltételezések (pl. dinamikus, állandósult állapotú)
- mérlegelési térfogatokra vonatkozó feltételezések (pl. csak folyadék fázis, gáz és folyadék fázis)
- térbeli eloszlásra vonatkozó feltételezések (pl. tökéletesen kevert/koncentrált paraméterű)
- jelenségekre vonatkozó feltételezések (pl. nincs párolgás, van hőátadás)
- elhanyagolható hatásokkal kapcsolatos feltételezések (pl. sűrűség csak  $T$  -től függ,  $c_P$  állandó)
- állapotok kívánt tartományai, pontosságuk (pl.  $T$  20 és 30 °C közötti)

## A modell összetevői

---

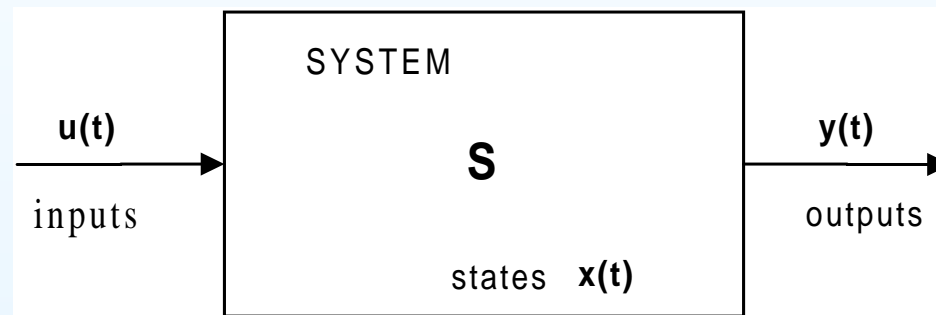
- Rendszer leírása (folyamatábra, változók)
- Modellezési cél
- Mechanizmusok
- Modellezési feltételezések
- Adatok (adat, mértékegység, lelőhely, pontosság)
- Mérlegelési térfogatok (folyamatábrán jelölve)
- Modell egyenletek (megmaradási egyenletek, kiegészítő egyenletek, kezdeti- és peremfeltételek)
- Modell változók, paraméterek

# Állapottér modell alak

(**S**) rendszer: jeleken végez műveletet

$$y = \mathbf{S}[u]$$

- bemenetek ( $u$ ) és kimenetek ( $y$ ); állapotok ( $x$ )



A fizikai alapú modell jelei

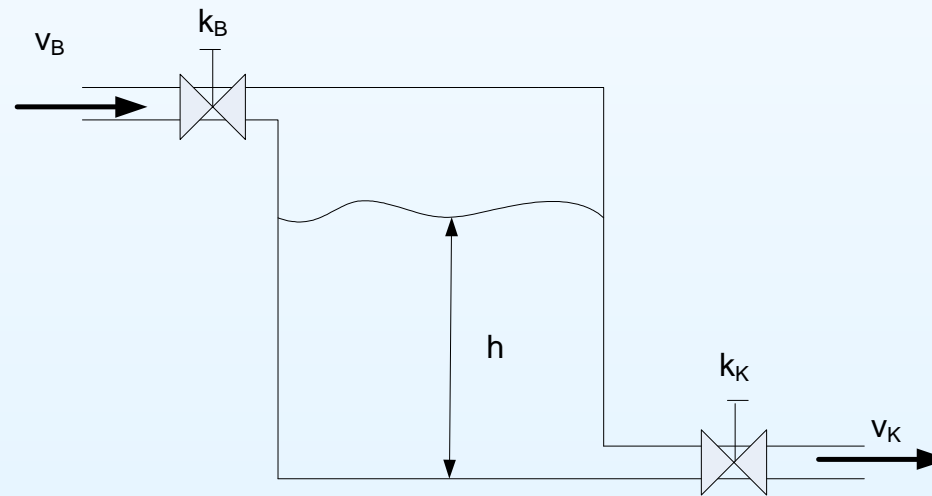
- állapotok ( $x$ ): megmaradó mennyiségek (vagy intenzív párjuk)
- bemenetek ( $u$ ): differenciálegyenletek jobb oldalán, befolyásolható (mérhető)
- kimenetek ( $y$ ): mérhető, közvetlenül nem befolyásolható (állapotváltozó, vagy attól függ)



## Példa: szabad kifolyású tartály

### A feladat

Adott egy állandó keresztmetű tartály, amelyben tiszta vizet tárolunk. A vizet a csapból egy beömlő szeleppel ellátott nyíláson át eresztjük bele, a fogyasztáskor szükséges vizet egy kiömlő szelep segítségével eresztjük ki, a kiömlés sebessége a tartálybeli vízszint függvénye.



Készítsük el a rendszer diagnosztikai célú modelljét, ha a vízszintet és a kapcsolók állapotát mérni tudjuk!

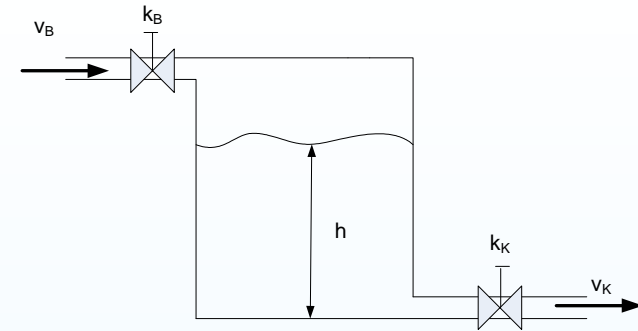
## Példa: szabad kifolyású tartály

### Mechanizmusok

- be- és kiáramlás
- szabad kifolyás (hidrosztatikus nyomás által)

### Modellezési feltételezések

- F1 tökéletesen kevert
- F2 csak víz (csak összes tömeg mérleg)
- F3 szabad kifolyás
- F4 állandó keresztmetszet  $A$
- F5 sűrűség ( $\rho$ ) állandó



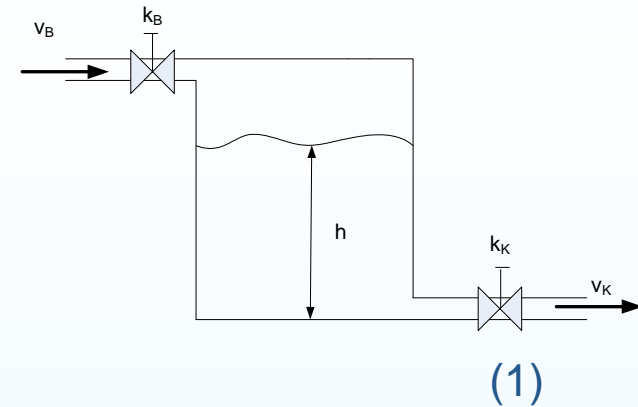
## Példa: szabad kifolyású tartály

**Mérlegegyenletek:** összes tömeg mérleg

$$\frac{dm}{dt} = v_b - v_k$$

### Kiegészítő egyenletek

- $m = A \cdot h \cdot \rho$  (a  $h$  vízszint mérhető)
- $v_B = v_B^* k_B$  (a  $k_B$  kapcsoló állás mérhető)
- $v_K = K \cdot h \cdot k_K$  (szabad kifolyás, a  $k_K$  kapcsoló állás mérhető)



## Példa: szabad kifolyású tartály

Modellegyenlet mérhető változókkal:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{v_b^*}{A\rho} k_B - \frac{K}{A\rho} h \cdot k_K$$

### Állapottér alak

- állapotváltozó:  $h$  vízszint
- bemenetek:  $k_B$  és  $k_K$  kapcsoló állások
- kimenet:  $h$  vízszint

