Modell alapú diagnosztika diszkrét módszerekkel

Petri háló modellek

Werner Ágnes

Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék

e-mail: wernera@almos.uni-pannon.hu

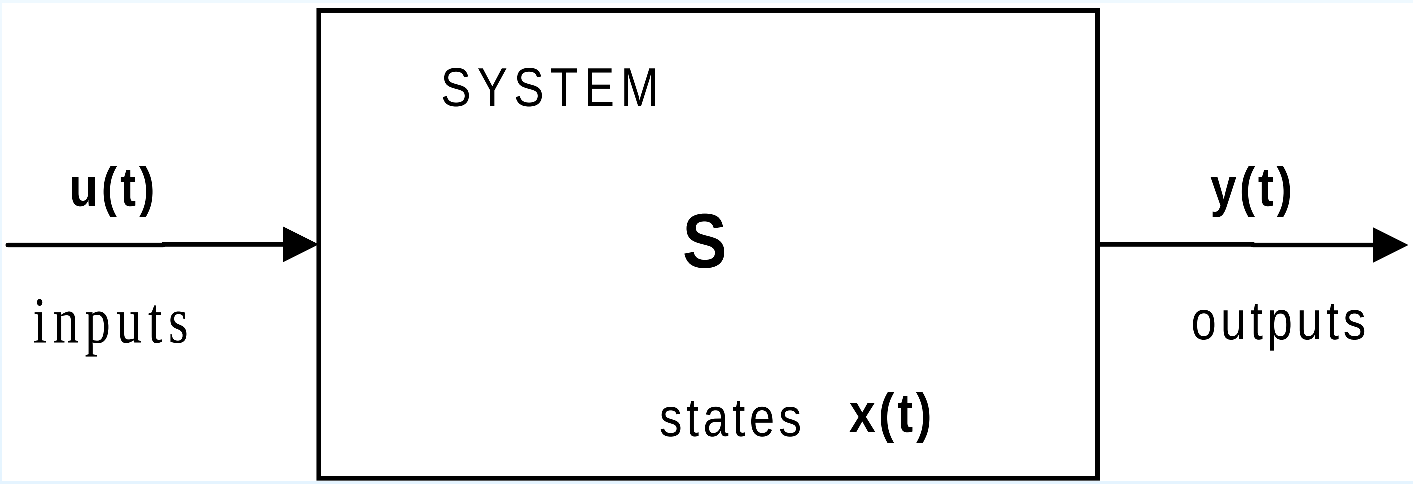
Diszkrét eseményű rendszerek

Rendszerek

Rendszer (**S**): *jelek*en végez műveletet

$$y = \mathbf{S}[u]$$

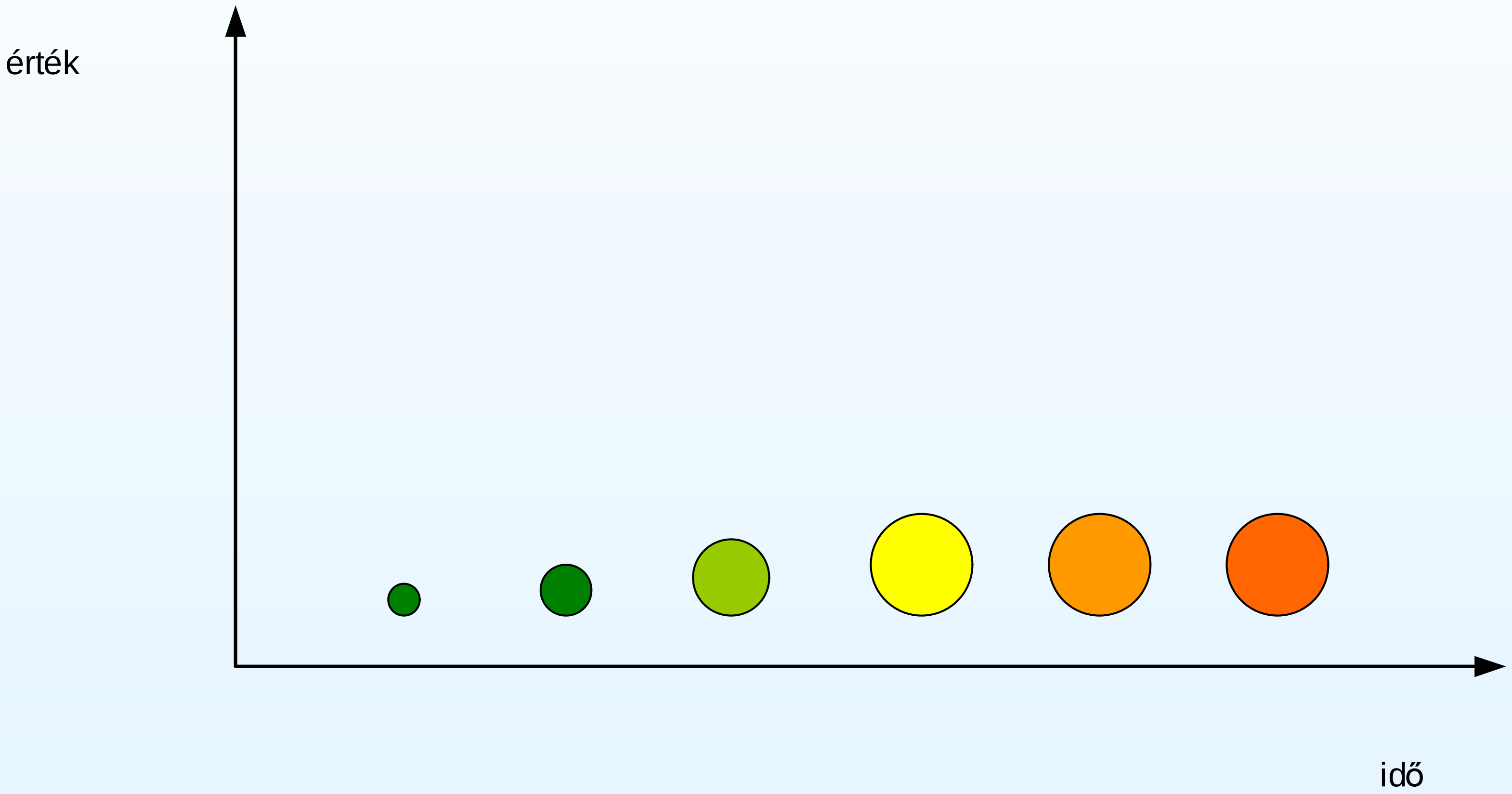
- bemenetek (u) és kimenetek (y)
- állapot-változók (x)



1. ábra. A rendszer jel-folyam ábrája

Diszkrét idejű jelek

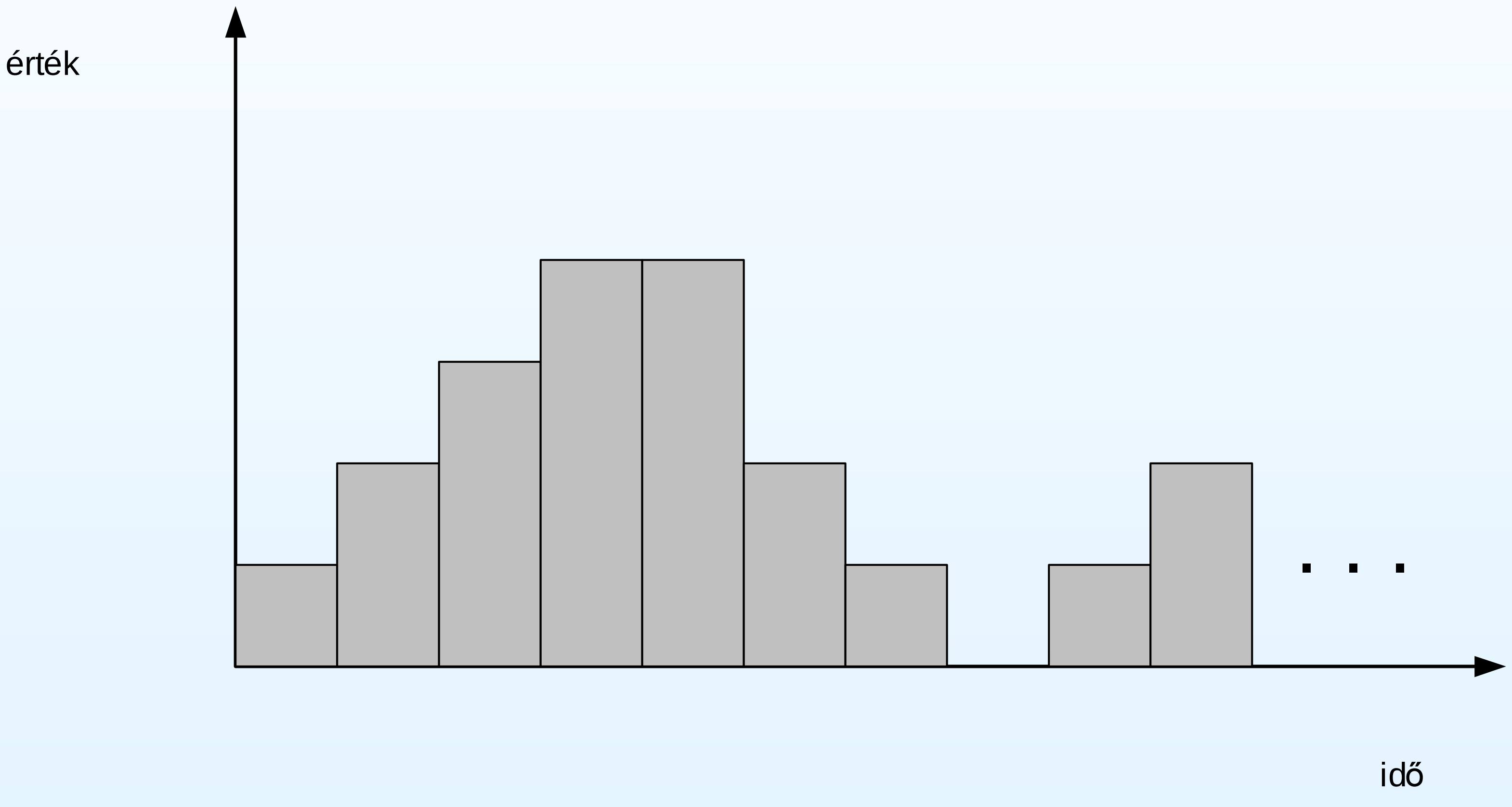
Narancs érésének folyamata: a jel értéke a narancs állapota



Az időt hónap lépésekben mérjük: **mintavételi idő** egy hónap

Diszkrét idejű diszkrét értékű jelek

Érték: pl. a munkadarabok száma a késztermék tárolóban (*egész szám*)



Mintavételi idő: egy óra

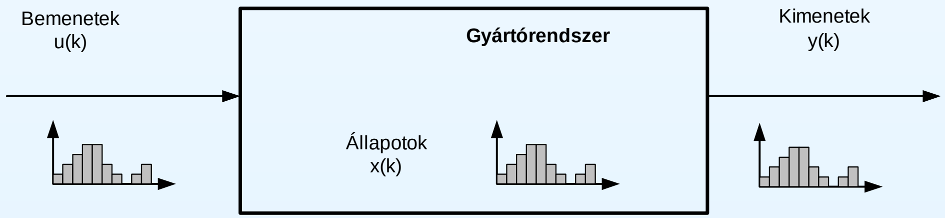
Diszkrét idejű rendszerek

Diszkrét idejű *jelek*en végez műveletet

$$y = \mathbf{S}[u]$$

- bemenetek ($\{u(0), u(1), ..., u(k), ...\}$) és kimenetek ($\{y(0), y(1), ..., y(k), ...\}$)
- állapot-változók ($\{x(0), x(1), ..., x(k), ...\}$)

esemény: egy diszkrét jelérték-változás bekövetkezése



Csak az **események sorrendje** számít

- soros és párhuzamos események leírása
- **alkalmazási területek**: ütemezés, operátori eljárások, erőforrás-kezelés

A diszkrét idejű rendszerek leírásának fajtái

Bemenet-kimenet leírás (matematikai modell)

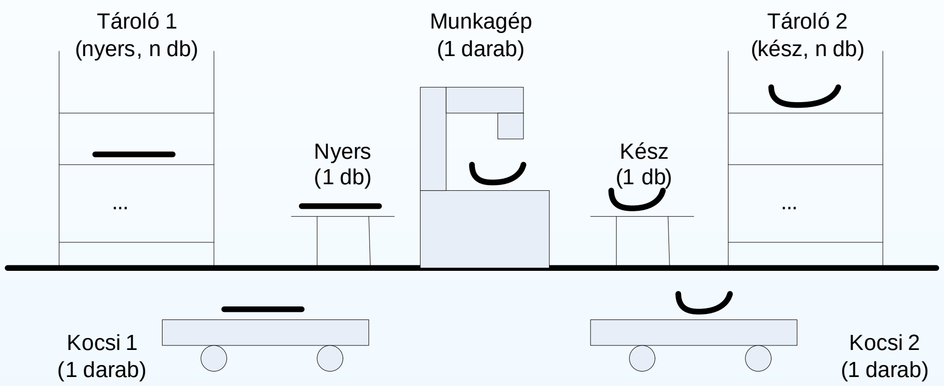
$$y(k) = H(u(k); y(k-1), u(k-1); y(k-2), u(k-2); ...)$$

Állapottér leírás

$$x(k+1) = F(x(k), u(k)) \qquad (allapot\ egyenlet)$$
$$y(k) = G(x(k), u(k)) \qquad (kimenet\ egyenlet)$$

adott $x(0)$ kezdeti feltétellel és nemlineáris F állapot, valamint G kimeneti függvényekkel

Egyszerű**bb** gyártórendszer példa



Bemenet: nyersanyag munkadarabok száma "Tároló 1"-en
Kimenet: késztermék munkadarabok száma "Tároló 2"-en

Munkadarabok és műveletek leírása

Jelek: munkadarabok száma a gyártórendszer különböző *tárolóhely*ein (*körökkel jelölve*)

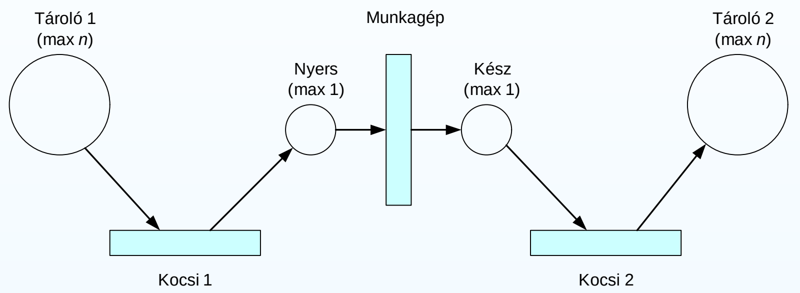
- diszkrét idejű és értékű jelek

Részrendszerek: műveleti egységek (berendezések) (*színezett téglalapokkal jelölve*)

- diszkrét idejű részrendszerek és összetett rendszer

Művelet: munkadarabok átalakítása

Egyszerűbb gyártórendszer: diszkrét idejű ÁT modell



Egyenletek

$$x_1(k+1) = \begin{cases} \text{ha } (x_1(k) = 0 \text{ es } u(k) > 0) \text{ akkor } 1 \\ \text{egyebkent } (\text{ha } (x_1(k) = 1 \text{ es } x_2(k) = 0) \text{ akkor } 0 \\ \qquad \text{egyebkent } x_1(k)) \end{cases}$$

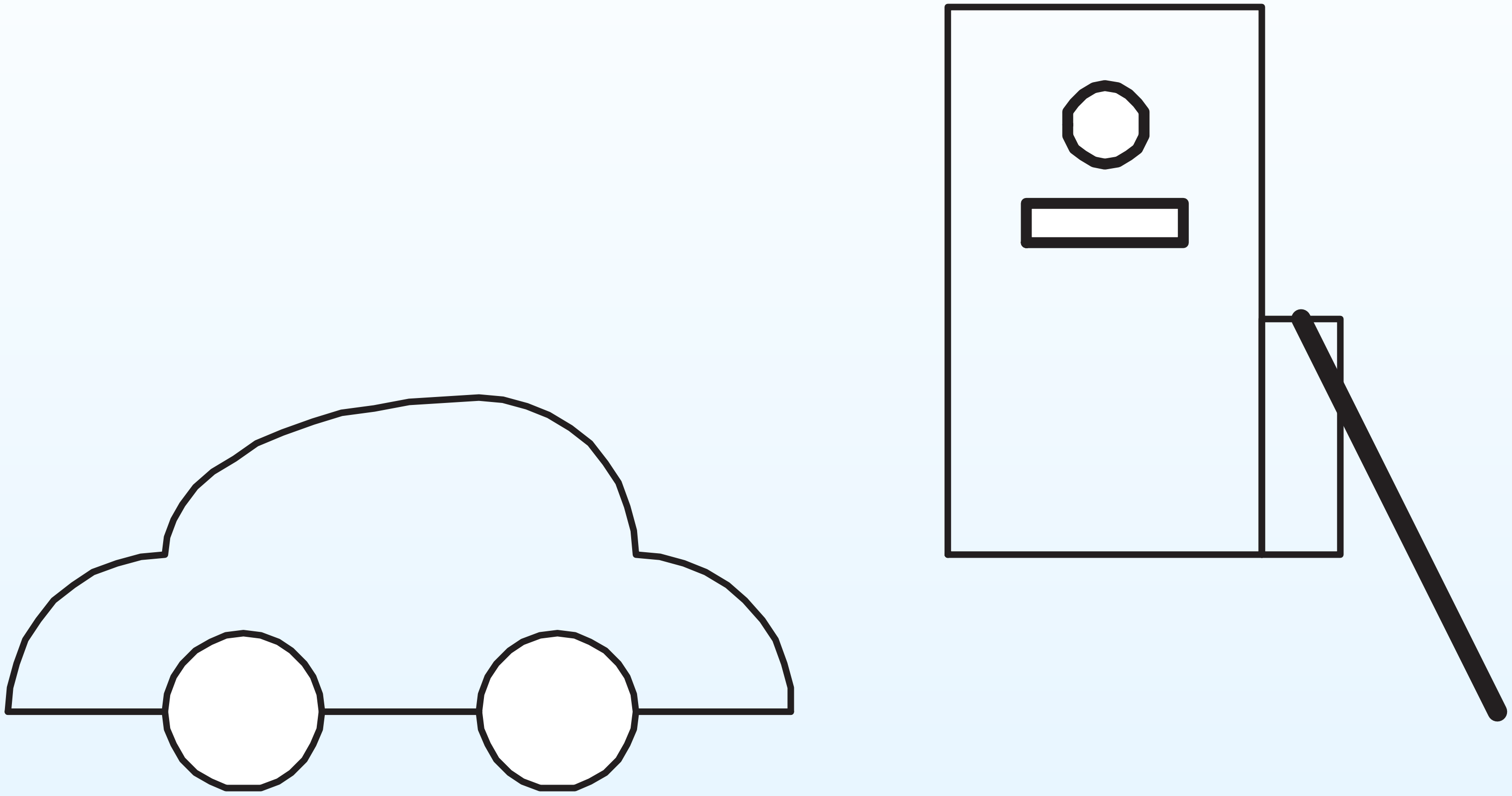
$$x_2(k+1) = \begin{cases} \text{ha } (x_2(k) = 0 \text{ es } x_1(k) = 1) \text{ akkor } 1 \\ \text{egyebkent } 0 \end{cases}$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + x_2(k)$$

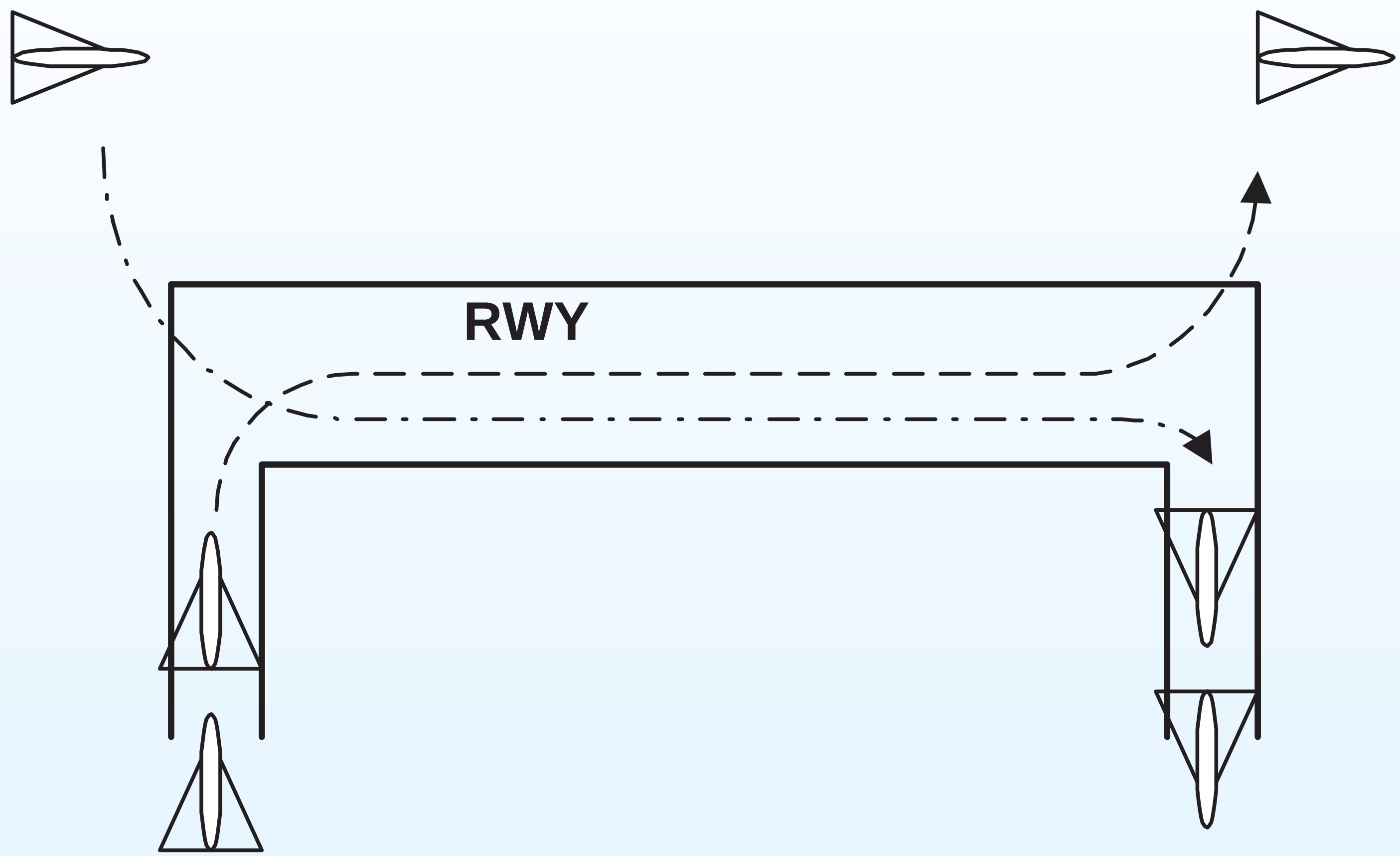
$$y(k) = x_3(k)$$

Petri háló modellek

Példa1: Parkológarázs kapu



Példa2: Kifutópálya



Petri háló modell – absztrakt leírás: $\mathbf{PN} = (P, T, I, O)$

Statikus leírás (szerkezet)

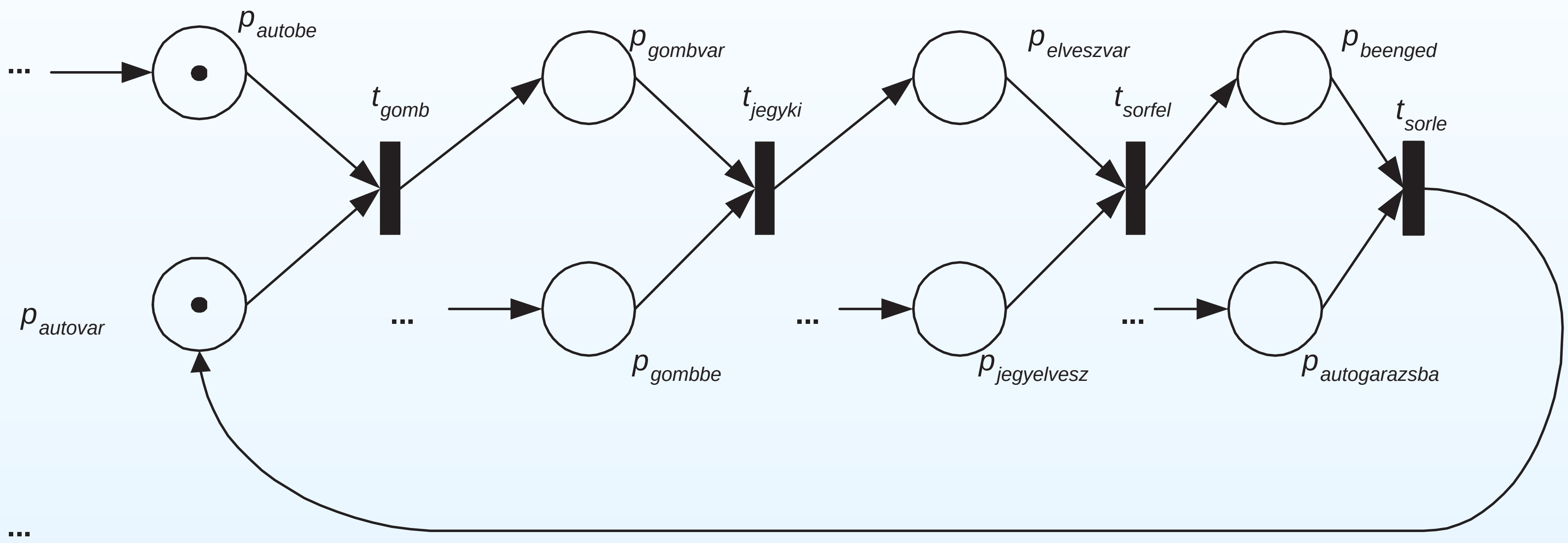
- **Helyek (feltételek)** halmaza: P
- **Átmenetek (események)** halmaza: T
- **Bemeneti (előfeltétel) függvény**: $I : T \longrightarrow P^\infty$
- **Kimeneti (következmény) függvény**: $O : T \longrightarrow P^\infty$

Grafikus ábrázolás: páros irányított gráffal

- **Csúcsok**: helyek (P) és átmenetek (T) (partíciók)
- **Élek**: bemeneti és kimeneti függvény (I, O)

Példa: parkológarázs kapu – 1

Petri háló modell - grafikus leírás



Példa: parkológarázs kapu – 2

Petri háló modell - formális leírás

Helyek (állapot; input):

$$P = \{p_{autovar}, p_{gombvar}, p_{elveszvar}, p_{beenged}\ ;\ p_{autobe}, p_{gombbe}, p_{jegyelevesz}, p_{autogarazsba}\}$$

Átmenetek:

$$T = \{t_{gomb}, t_{jegyki}, t_{sorfel}, t_{sorle}\}$$

Bemeneti függvény:

$$I(t_{gomb}) = \{p_{autobe}, p_{autovar}\} \quad , \quad I(t_{jegyki}) = \{p_{gombbe}, p_{gombvar}\}$$
$$I(t_{sorfel}) = \{p_{jegyelvesz}, p_{elveszvar}\} \quad , \quad I(t_{sorle}) = \{p_{beenged}, p_{autogarazsba}\}$$

Kimeneti függvény:

$$O(t_{gomb}) = \{p_{gombvar}\} \quad , \quad O(t_{jegyki}) = \{p_{elveszvar}\}$$
$$O(t_{sorfel}) = \{p_{beenged}\} \quad , \quad O(t_{sorle}) = \{p_{autovar}\}$$

Petri hálók dinamikája

Jelölőfüggvény: jelölőpontok (**token**-ek)

$$\mu : \mathbf{P} \rightarrow \mathcal{N} \quad , \quad \mu(p_i) = \mu_i \geq 0$$
$$\underline{\mu}^T = [\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n] \quad , \quad n = |\mathbf{P}|$$

Átmenet **tüzel** (működik): ha az előfeltételek "igaz"-ak (van **token** a bemeneti helyeken)

$$\underline{\mu}^{(i)}[t_j > \underline{\mu}^{(i+1)}$$

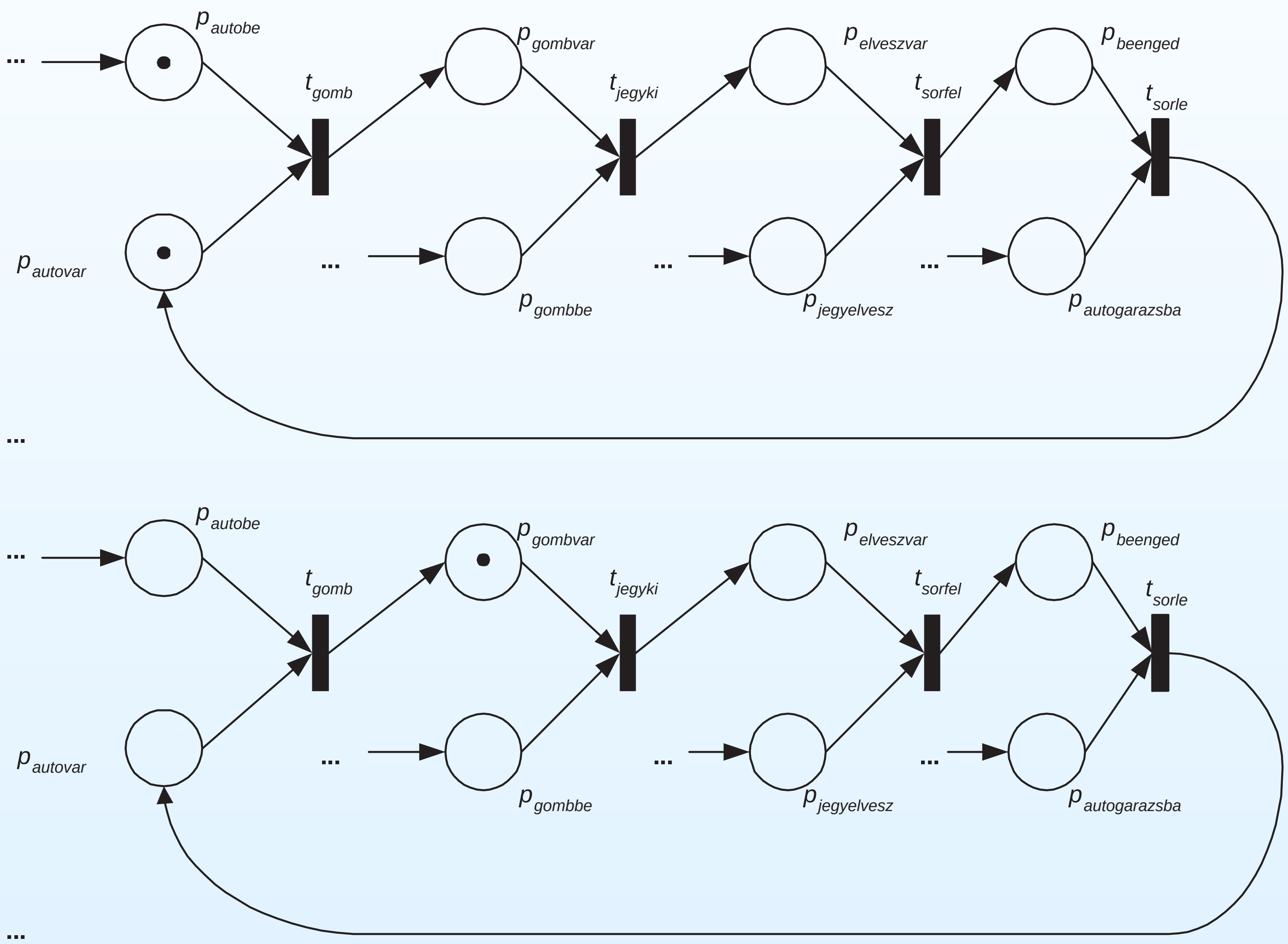
tüzelés után a következmény-ek lesznek "igaz"-ak

Tüzelési (működési) sorozat

$$\underline{\mu}^{(0)}[t_{j0} > \underline{\mu}^{(1)}[t_{j1} > \ldots[t_{jk} > \underline{\mu}^{(k+1)}$$

Példa: parkológarázs kapu – 3

Egy működési lépés



Példa: parkológarázs kapu – 4

Egy működési lépés formális leírása

Jelölő vektor

$$\underline{\mu}^T = [\mu_{autovar}, \mu_{gombvar}, \mu_{elveszvar}, \mu_{beenged} \; ; \; \mu_{autobe}, \mu_{gombbe}, \mu_{jegyelevesz}, \mu_{autogarazsba}]$$

A t_{gomb} átmenet működése

$$\underline{\mu}^{(1)}[t_{gomb} > \underline{\mu}^{(2)}$$

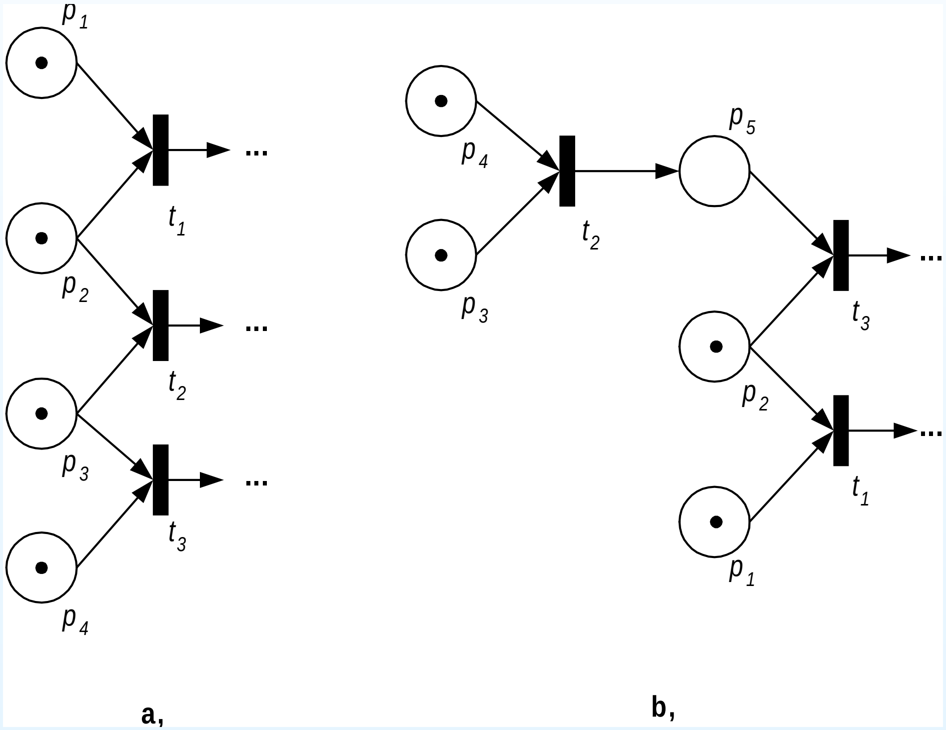
$$\underline{\mu}^{(1)} = [1,\ 0,\ 0,\ 0\ ;\ 1,\ 0,\ 0,\ 0]^T$$

$$\underline{\mu}^{(2)} = [0,\ 1,\ 0,\ 0\ ;\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]^T$$

Párhuzamos események

Egynél több engedélyezett átmenet:

konkurrencia (független feltételek), konfliktus, konfúzió



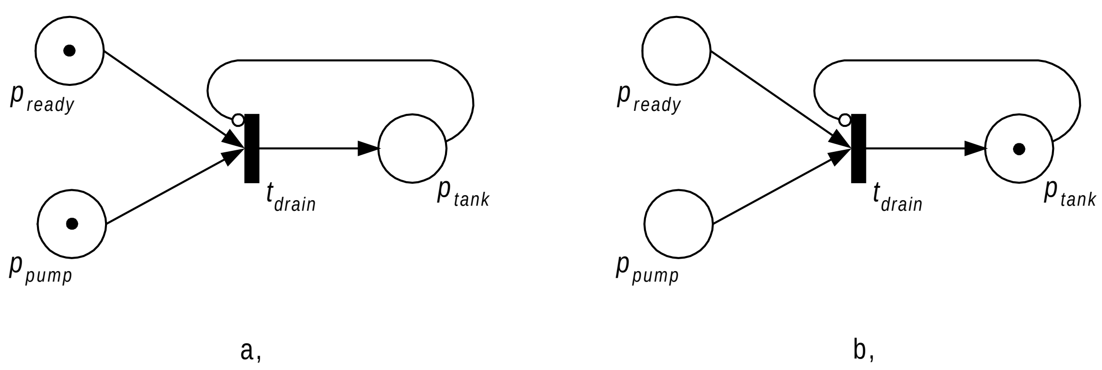
Konfliktus feloldás

Inhibitor nyilakkal:

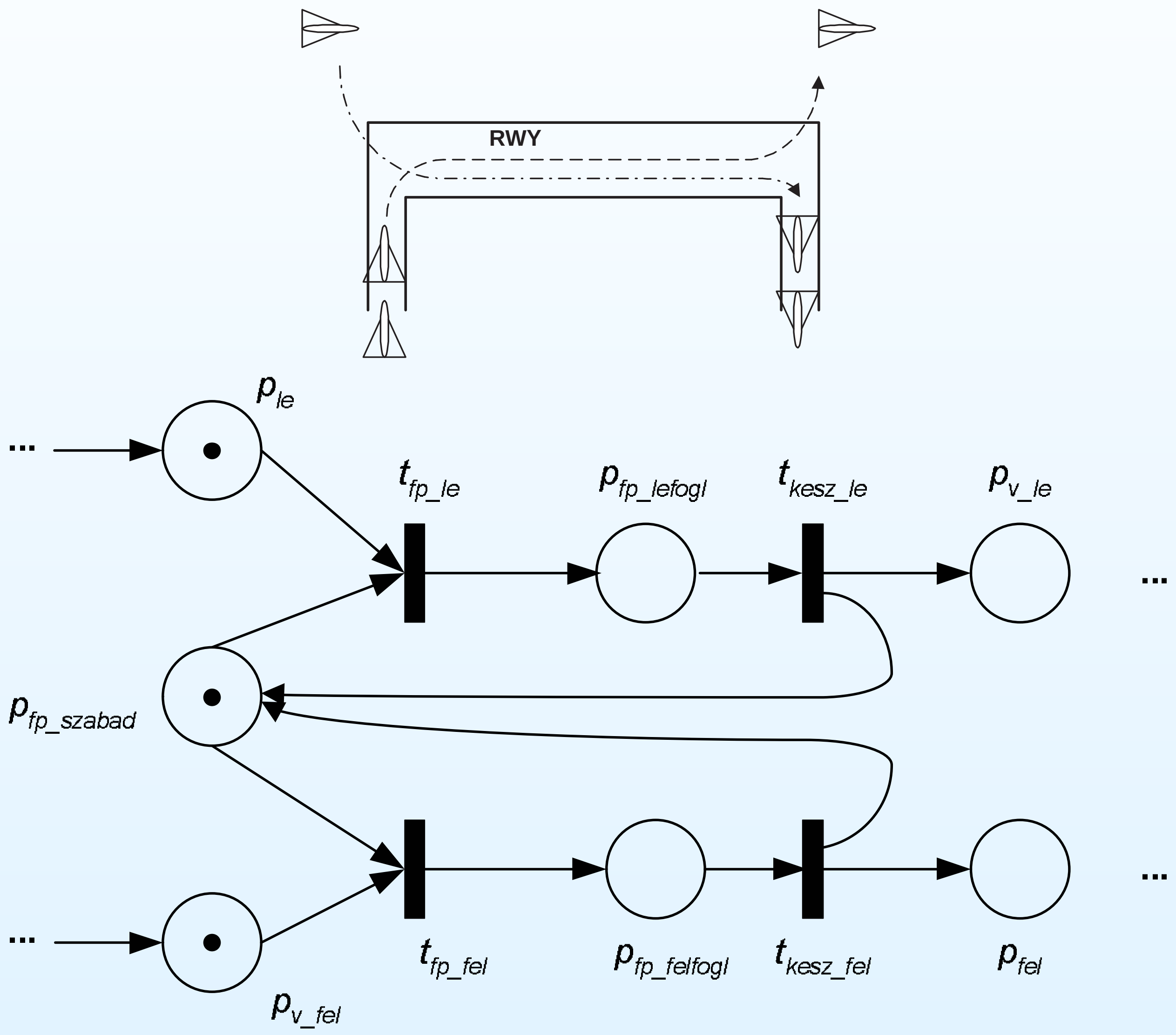
- felhasználó által beállított prioritás
- teszt nyilak

Egyéb megoldások:

- helyek kapacitása

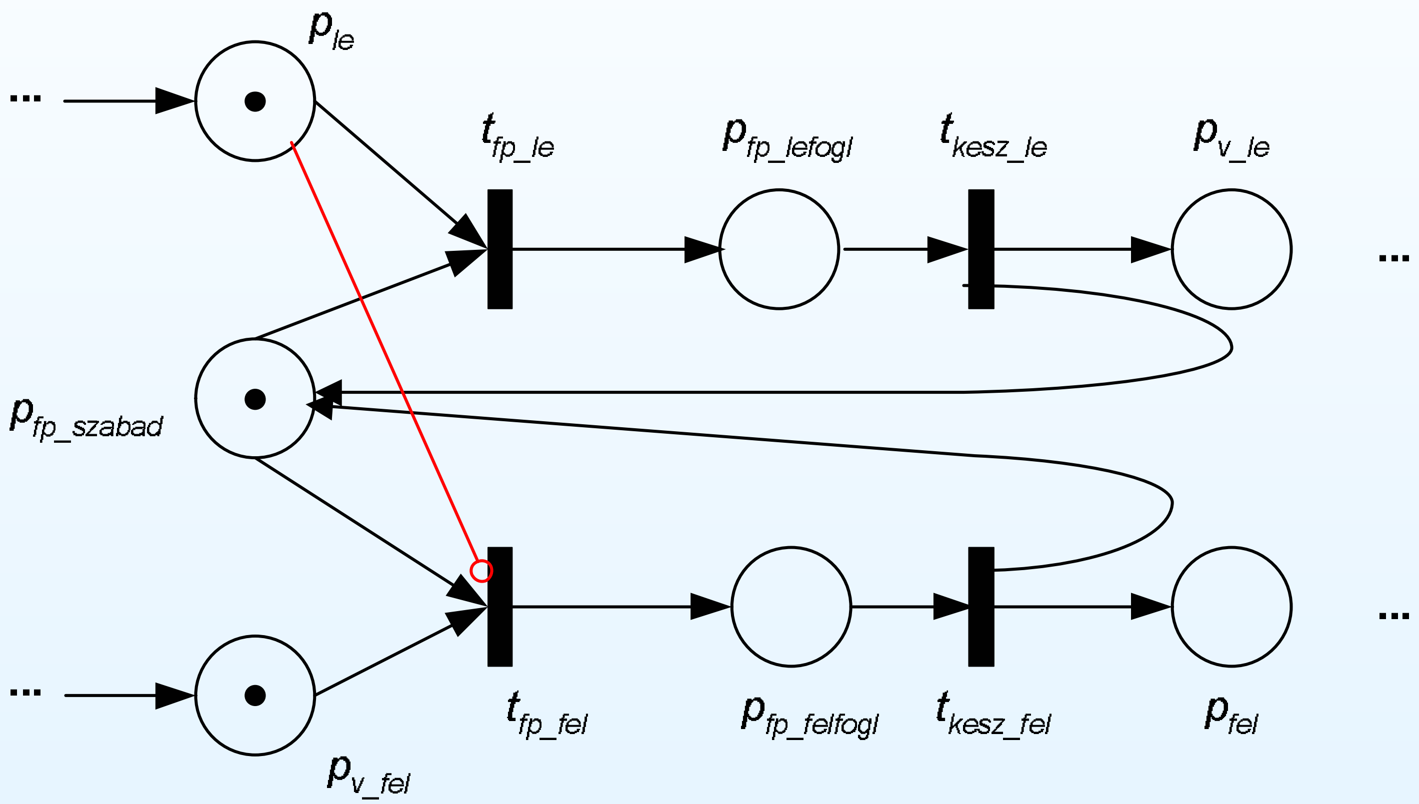


Kifutópálya Petri háló modellje – 1



Kifutópálya Petri háló modellje – 2

Konfliktus-feloldás: leszálló gépnek előnye van



Kiterjesztett Petri háló modellek

Kiterjesztett Petri háló modellek

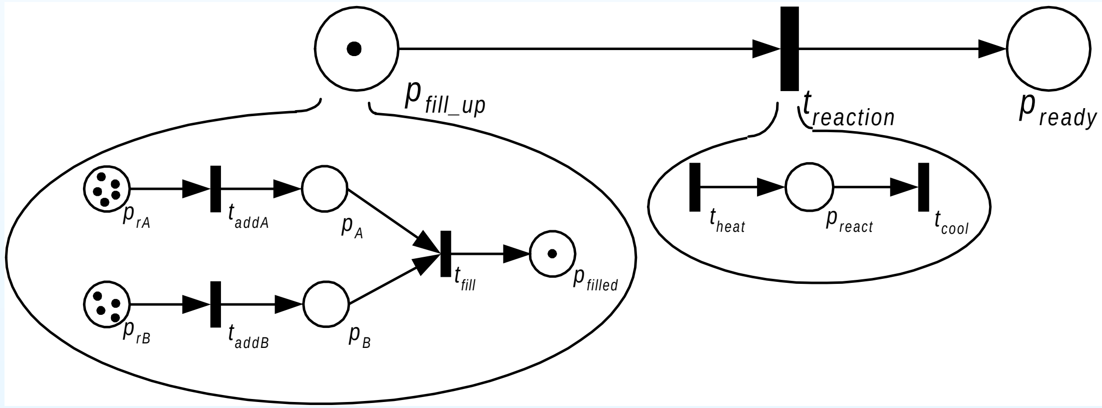
- **Hierarchikus Petri hálók**
- **Időzített Petri hálók**: feliratokkal
  - óra: beépített (vagy spec. "forrás" hely)
  - átmenetekhez tüzelési idő
  - (helyekhez várakozási idő)
- **Színezett Petri hálók**: feliratokkal
  - jelzőpontok (token-ek) diszkrét értékkészletűek ("szín")
  - helyekhez megengedett színhalmaz
  - átmenetekhez és élekhez (diszkrét) függvények

Hierarchikus Petri hálók

Főháló (super net) - alhálók (subnets):

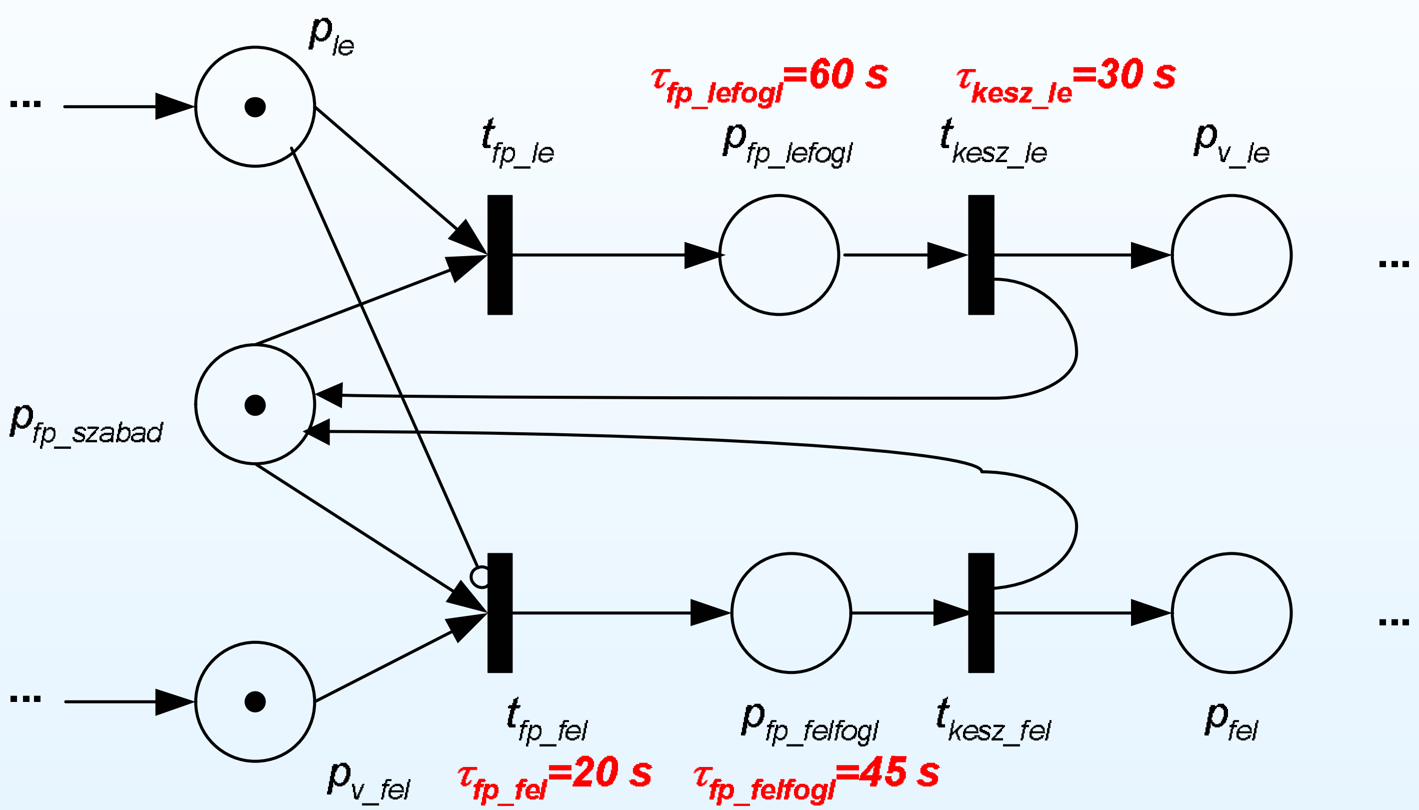
beépítés: bármelyik hely vagy átmenet helyére

ismétlődő hasonló hálórészek



Futópálya Petri háló modellje – 3

Időzített Peri háló modell



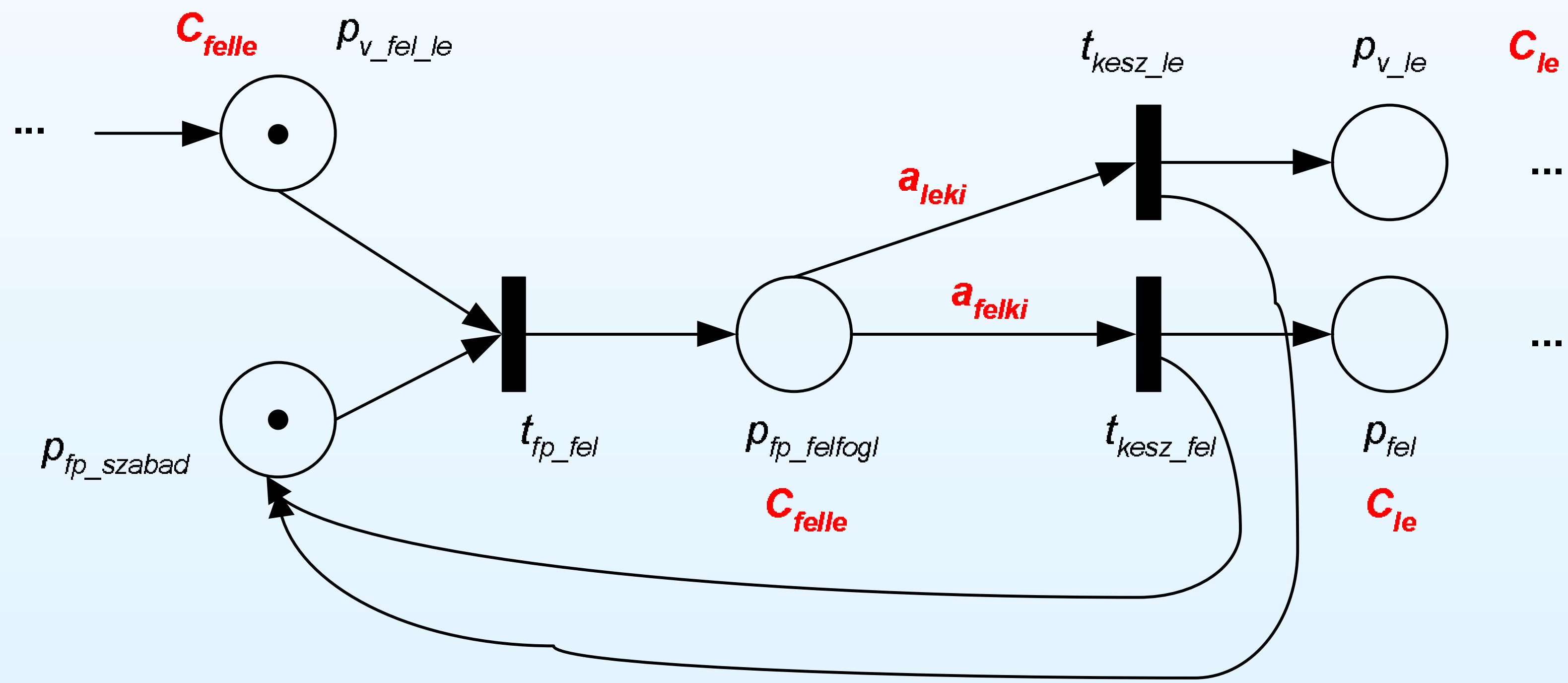
Futópálya Petri háló modell – 4

Színezett Peri háló modell: "feliratok"

Élfüggvény: a_{felki} : **if** $val(p_{fp\_lefogl}) = " \uparrow "$ **then** $"true"$

$a_{fel} = val(p_{fp\_lefogl})$, $val(p_{fel}) = a_{fel}$

Szinhalmaz: $C_{felle} = \{ \uparrow , \downarrow \}$



DES modellek megoldása

Elvi problémakitűzés

Adott:

- a diszkrét eseményű rendszer modelljének *formális leírása* (automata, Petri háló)
- *kezdeti állapot(ok)*
- *külső események*: rendszer inputok

Kiszámítandó:

- a *belső (állapot és kimenet) események szekvenciája*

A megoldás **algoritmikus**! **A feladat NP-nehéz**!

Petri háló modellek – elérhetőségi gráf

Megoldás: jelölés (rendszerállapot) szekvenciák
elérhetőségi gráf (fa) (súlyozott irányított gráf)

- *csúcsok*: jelölések
- *élek*: ha van átmenet, aminek tüzelése összeköti őket
- *élsúlyok*: az átmenet és a külső események

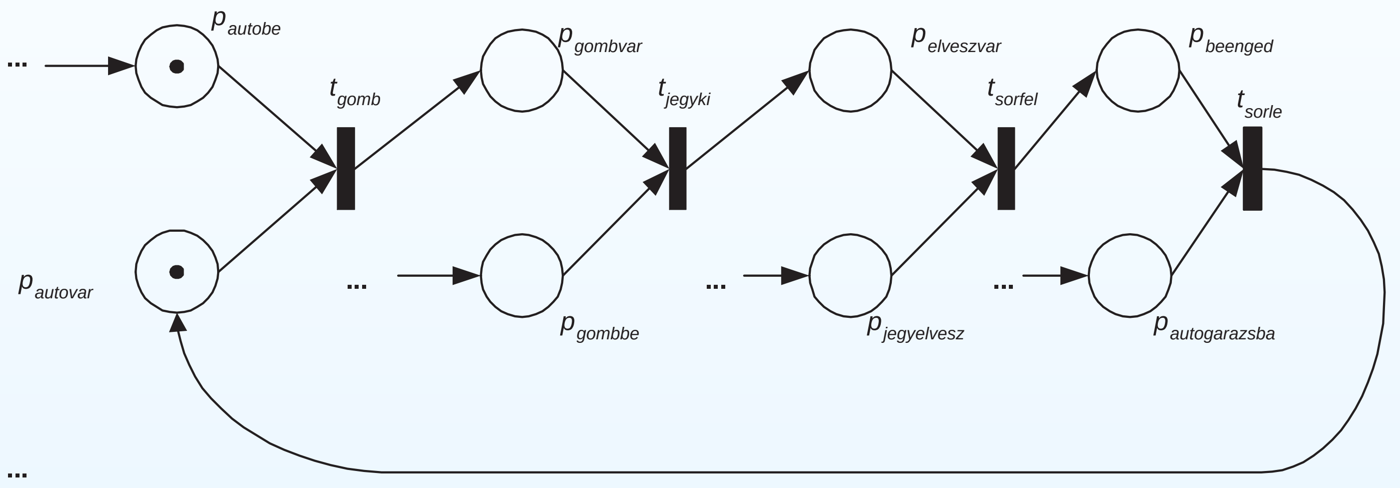
Előállítás:

1. *start*: az adott kezdeti jelölés
2. *új csúcs hozzávétele*: az egyik engedélyezett átmenet tüzelésével (input hatása is!)

Lehet NP-nehéz (konfliktushelyzet vagy nem véges működés esetén)

Példa: parkológarázs kapu

Petri háló modell

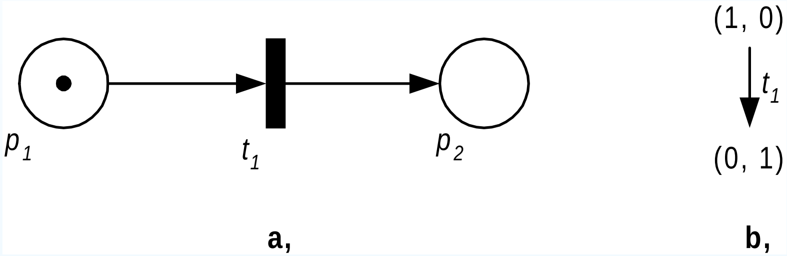


$$\underline{\mu}_x^T = [\mu_{autovar}, \mu_{gombvar}, \mu_{elveszvar}, \mu_{beenged}]$$

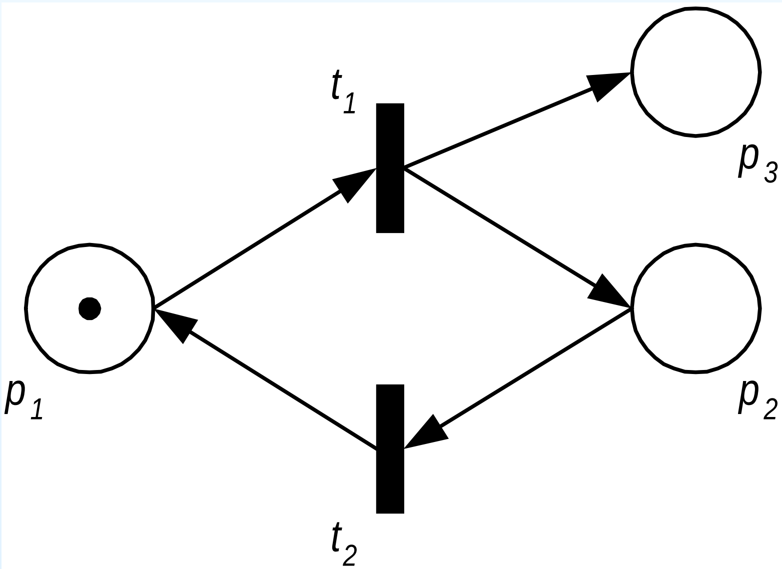
$$\underline{\mu}_u^T = [\mu_{autobe}, \mu_{gombbe}, \mu_{jegyelevesz}, \mu_{autogarazsba}]$$

Elérhetőségi gráfok

Véges eset

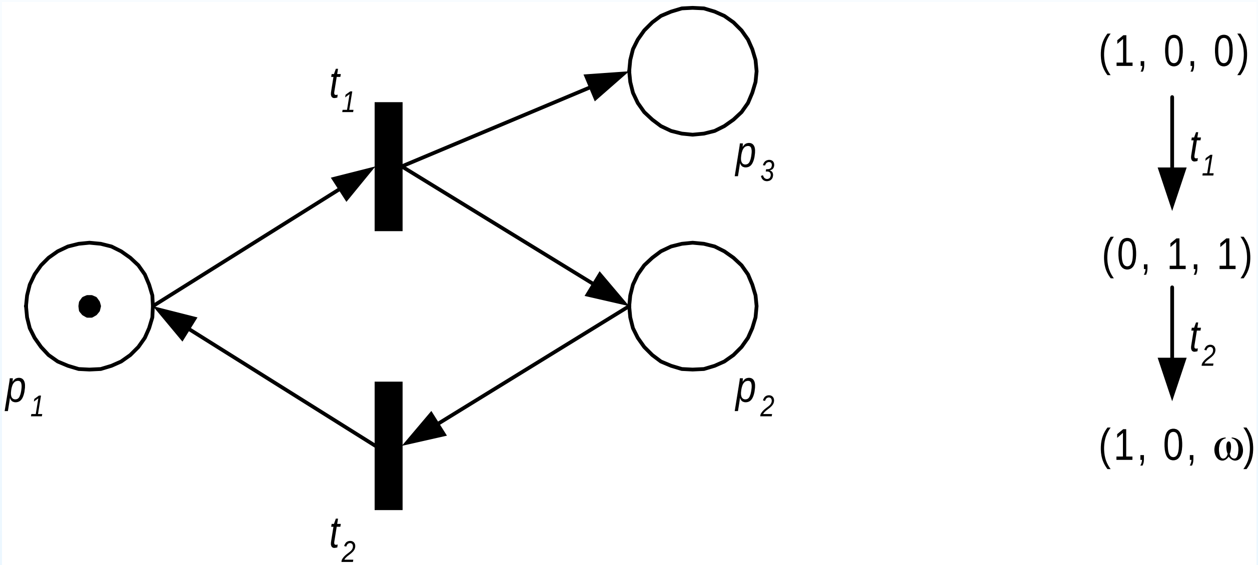


Nem véges eset



Nem véges elérhetőségi gráf

Redukció: az ω szimbólummal



Gyakorlat

- HPSim rendszer használata - Petri háló modellezés
- Kávéfőző gép működésének Petri háló modellje
- **Házi feladat**: Fagylaltkeverő gép Petri háló modellje és megoldása
  Tekintsünk példának egy fagylaltkeverő tartályt összes tartozékaival. A tartályba két bevezető és egy kivezető cső van (szelepekkel ellátva) a kétféle alapanyagnak és a kész fagylaltnak. A tartályban van egy keverő (ki/bekapcsolóval), valamint egy hűtőcső (szeleppel ellátva). Legyen a feladat adott mennyiségű kellően lehűlt fagylalt előállítása. Készítsen egy a rendszer működését leíró Petri háló modellt és adja meg annak elérhetőségi gráfját