

Többszempon­tú döntéstámogatás

Az üzleti döntések a legtöbb esetben valamilyen csoportos döntési technika során, szakértői megkérdezéssel, komplex rangsorolással és számos kritérium, szempont figyelembevétel történnek.

Mit jelent a döntés szó?

- **Egyéni döntés** alatt pl. munkahely-változtatást vagy étterem választást.
- **Csoportos döntés** alatt pl. vállalati stratégia kialakítását, kutatási tervek értékelését vagy hulladék lerakására alkalmas helyszín kiválasztását értjük.
- A döntési feladatok egyik jellegzetessége, hogy az **értékelési szempontok** általában lényegesen **különböző karakterűek**.
- Gyakran megtörténik, hogy a **szempontok között egymásnak ellentmondók**, vagy részben ellentmondók is vannak, pl. a legjobb helyen levő, leghangulatósabb étterem a legdrágább.
- Nehézséget jelent a **szubjektív szempontok** kezelése és az, hogy a döntési problémák megoldásakor az egész döntési folyamatot kell támogatni.

Fagylalt bolt helyének meghatározása

- **Cél:** Egy fagylaltüzletlánc új üzletének a helyét kell meghatározni egy közepes méretű városban. A vállalatvezetés az üzleti szempontból legjobb helyet akarja kiválasztani.
- **Szemponatok:**
 - az üzlet láthatósága,
 - a környéken levő konkurens fagylaltboltok száma,
 - az arra járók (mint lehetséges vásárlók) számában kifejezett forgalom mértéke és
 - a helybérleti díj nagysága.
- A döntési modell építéskor figyelni kell arra, hogy a döntéshozó(ka)t nem szabad túlságosan sok szempont egyidejű figyelembevételével terhelni.

Döntési probléma

- A vizsgált döntési szituációban egy vagy több döntéshozó értékkel véges sok szempont alapján, véges számú alternatívát.
- Jelölje a továbbiakban az alternatívákat A_1, \dots, A_n a szempontokat pedig C_1, \dots, C_m .
- Nézzük meg, hogyan lehet a döntési problémákat strukturálni!

Döntési probléma

Alternatívák:

- A1: egy sétálóutca sok tizenévesseel és nyugdíjassal, akik közismerten fagyalt kedvelők, de a bérleti díj itt nagyon magas;
- A2: egy belvárosi főút, ami sokkal kevésbé drága, de a járókelők zömét a hivatalnokok teszik ki, akik a hétvégeken és esténként nincsenek ott;
- A3: egy forgalmasabb külvárosi központ, ahol a konkurencia kemény.

Döntési szempontok

- C1: a környéken levő konkurens fagyaltboltok száma;
- C2: az arra járók (mint lehetséges vásárlók) számában kifejezett forgalom mértéke;
- C3: a helybérleti díj nagysága;
- C4: az üzlet láthatósága.

Ebben a döntési feladatban a **cél a legjobb alternatíva meghatározása.**

Tegyük fel, hogy csak **egy döntéshozó értékel.**

A C1, C2 és C3 szempontok **objektívek**, mivel a C1 és C3 szempontokhoz tartozó értékek megadhatók, a C2 értéke pedig a járókelők számlálásával megbecsülhető. A C4 szempont **szubjektív**, mivel az értéke a döntéshozó szubjektív értékelésétől függ, és minőséget mér.

Döntési táblázat felírása

| | A_1 | A_2 | A_3 |
|-------|----------|----------|----------|
| C_1 | a_{11} | a_{12} | a_{13} |
| C_2 | a_{21} | a_{22} | a_{23} |
| C_3 | a_{31} | a_{32} | a_{33} |
| C_4 | | | |

- A 4. sorba a döntéshozó pl. az alábbi értékek közül választhat:
 - nagyon jól látható,
 - közepesen jól látható,
 - rosszul látható.
- Kérdés, hogyan lehet összegezni az objektív és szubjektív értékeléseket, figyelembe véve, hogy a szubjektív ítéletek nehezen számszerűsíthetők.

A döntési táblázat értékei gyakran különböző skálákhoz tartoznak

A leggyakoribb **értékskálák** a következők:

- **Névleges érték** pl. az autó súlya, a ház ára stb.;
- **Rangsorbeli érték** pl. a legjobb futó, a legolcsóbb ház stb.;
- **Intervallum értékek** (nincs nulla pontja) pl. az iskolai osztályzatok: 1, 2, 3, 4, 5;
- **Hányados skálán** (arányossági skála) (van nulla pontja) **megadott értékek** pl. egy szerelő láncnál autóbusz/nap.

A többszemponútú döntési feladatok a célokban is különbözhetnek

A megoldandó probléma lehet:

- legjobb alternatíva kiválasztása;
- a néhány legjobb alternatíva kiválasztása;
- az alternatívák rangsorának meghatározása;
- az alternatívákhoz rendelhető névleges értékek meghatározása (pl. erőforrások szétosztása);
- olyan alternatívahalmaz kiválasztása, amely optimális a cél szempontjából (pl. pályázatok kiválasztása korlátozott támogatási összeg mellett).

Döntési feladat: színes televízió választása

Értékelési szempontok:

- C1: színhűség;
- C2: internet elérés;
- C3: ár;
- C4: megbízhatósági mutatók;
- C5: alkatrészpótlási lehetőség;
- C6: esztétikai szempontok.

Döntési táblázat létrehozása

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|------------------|---------------|---------------|-----------------|-------------|-----------------|
| Színhűség | Gyenge | Jó | Közepes | Közepes | Kiváló |
| Internet | Nem érhető el | Nem érhető el | Elérhető | Elérhető | Elérhető |
| Ár | 67 000 Ft | 82 000 Ft | 91 500 Ft | 150 000 Ft | 340 000 Ft |
| Megbízhatóság | Közepes | Közepes | Gyenge | Megbízható | Megbízható |
| Alkatrész-pótlás | Biztosított | Biztosított | Nem biztosított | Biztosított | Nem biztosított |
| Esztétika | Jó | Közepes | Közepes | Jó | Jó |

Polano módszer

- A döntési táblázatban szereplő minden szempontnál határozzuk meg, hogy mely értékeléseket tartjuk jónak, közepesnek, illetve rossznak.
- Készítsünk egy újabb döntési táblázatot, amelynek a címsora és a címszlopa az alternatívákat és a szempontokat tartalmazza.
- Segéd táblázat:

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------|
| Színhűség | | Grid | Vertical Lines | Vertical Lines | Grid |
| Internet | | | Grid | Grid | Grid |
| Ár | Grid | Vertical Lines | Vertical Lines | Vertical Lines | |
| Megbízhatóság | Vertical Lines | Vertical Lines | | Grid | Grid |
| Alkatrészpótlás | Grid | Grid | | Grid | |
| Esztétika | Grid | Vertical Lines | Vertical Lines | Grid | Grid |

- A táblázat alapján az A4 alternatíva tűnik optimálisnak.

Előnyök:

1. az eljárás egyszerű, áttekinthető, könnyen kezelhető, ezért nem szükséges számítástechnikai háttér;
2. akármilyen skálázású adatok mellett könnyen alkalmazható;
3. a szempontok egymás közötti kapcsolatait nem kell figyelembe venni;

Hátrányok:

1. nem mutatja meg a szempontonkénti értékelések összevetésének a módját, ezért a végső döntéshez nem ad túl nagy segítséget;
2. az eljárás közvetlenül nem alkalmas a legjobb alternatíva kiválasztására;
3. nem alkalmas az alternatívák sorrendjének a felállítására;

Szubjektív értékelések számszerűsítése

- Láttuk a fagyaltbolt helyének meghatározásánál és a színes televízió választásakor is, hogy a döntési táblázatok tartalmaznak szubjektív értékeléseket, és ha a döntési feladatokat meg akarjuk oldani, akkor ezeket az értékeléseket számszerűsíteni kell.
- Vezessük be a következő skálát:
 - 1: nagyon gyenge; nem érhető el; nem biztosított;
 - 3: gyenge;
 - 5: közepes; átlagos; elérhető;
 - 7: jó;
 - 9: kiváló; megbízható; biztosított.

A döntési táblázat átalakítása

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| Színhűség | 3 | 7 | 5 | 5 | 9 |
| Internet | 1 | 1 | 5 | 5 | 5 |
| Ár | 67 000 Ft | 82 000 Ft | 91 500 Ft | 150 000 Ft | 340 000 Ft |
| Megbízha- tóság | 5 | 5 | 3 | 9 | 9 |
| Alkatrész- pótlás | 9 | 9 | 1 | 9 | 1 |
| Esztétika | 7 | 5 | 5 | 7 | 7 |

1: nagyon gyenge; nem érhető el; nem biztosított;
3: gyenge;
5: közepes; átlagos; elérhető;
7: jó;
9: kiváló; megbízható; biztosított.

- Minden értékelést számokkal fejezünk ki, amik nem tekinthetők homogénnek, ezért a döntési táblázatban szereplő értékeket transzformáljuk 0 és 1 közé.
- Az egyik lehetséges transzformáció a táblázat soraiban szereplő értékek felhasználásával történő normálás, ami azt jelenti, hogy áttérünk egy arányossági skálára:
 - a maximum érték 1, és ezt az értéket az adott szempont szerinti legjobb alternatíva kapja,
 - a többi pedig arányosan kisebb lesz, de 0-nál nem kisebb.

Képlettel felírva

$$b_{ij} = \begin{cases} \frac{a_{ij}}{\max_j a_{ij}}, & \text{ha az } i\text{-edik szempont szerint a nagyobb érték a jobb;} \\ \frac{\min_j a_{ij}}{a_{ij}}, & \text{ha az } i\text{-edik szempont szerint a kisebb érték a jobb, és } \min_j a_{ij} \neq 0; \\ \frac{1}{a_{ij} + 1}, & \text{ha az } i\text{-edik szempont szerint a kisebb érték a jobb, és } \min_j a_{ij} = 0; \end{cases}$$

$i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| Színhűség | 3/9 | 7/9 | 5/9 | 5/9 | 1 | → |
| Internet | 1/9 | 1/9 | 5/9 | 5/9 | 5/9 | → |
| Ár | 1/9 | 1/9 | 1 | 1 | 5/9 | ← |
| Megbízha- tóság | 5/9 | 5/9 | 3/9 | 1 | 1 | → |
| Alkatrész- pótlás | 1 | 1 | 1/9 | 1 | 1/9 | → |
| Esztétika | 7/9 | 5/9 | 5/9 | 7/9 | 7/9 | → |

(a → jel mutatja, hogy az adott szempont szerint a nagyobb érték a jobb; és a ← jel, hogy az adott szempont szerint a kisebb érték a jobb)

Szűrési módszer alkalmazása

- Úgy válogatunk az alternatívák között, hogy a kiválasztottnak valamilyen feltételeknek kell eleget tenniük.
- **Előny:** akármilyen skálán értelmezett adatokat tud kezelni.
- Szükséges feltételek:
 - C_1 **színhúség:** legalább közepes legyen;
 - C_2 **internet:** elérhető legyen;
 - C_3 **ár:** legfeljebb 150.000 Ft legyen;
 - C_4 **megbízhatóság:** legalább közepesen megbízható legyen;
 - C_5 **alkatrészpótlás:** biztosított legyen;
 - C_6 **esztétika:** legalább jó legyen.
- Alternatívák vizsgálata:
 - A1 alternatíva:** a C_1 és C_2 szükséges feltételeket nem teljesíti;
 - A2 alternatíva:** a C_2 és C_6 szükséges feltételeket nem teljesíti;
 - A3 alternatíva:** a C_4 , C_5 és C_6 szükséges feltételeket nem teljesíti;
 - A4 alternatíva:** minden feltételt teljesíti;
 - A5 alternatíva:** a C_3 és C_5 szükséges feltételeket nem teljesíti.
- Így a „jó” alternatívák csoportjába csak az A4 tartozik, a másikba pedig az A1, A2 A3 és az A5.

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|-----------------|---------------|---------------|-----------------|-------------|-----------------|
| Színhúség | Gyenge | Jó | Közepes | Közepes | Kiváló |
| Internet | Nem érhető el | Nem érhető el | Elérhető | Elérhető | Elérhető |
| Ár | 67 000 Ft | 82 000 Ft | 91 500 Ft | 150 000 Ft | 340 000 Ft |
| Megbízhatóság | Közepes | Közepes | Gyenge | Megbízható | Megbízható |
| Alkatrészpótlás | Biztosított | Biztosított | Nem biztosított | Biztosított | Nem biztosított |
| Estztétika | Jó | Közepes | Közepes | Jó | Jó |

Egy másik szűrési módszer alkalmazása

- Minden értékelési szemponthoz megadunk egy feltételt, majd összeszámoljuk, hogy az egyes alternatívák hány szempont esetén felelnek meg a feltételeknek. Így az alternatívákat legfeljebb $(m + 1)$ osztályba soroljuk, ahol m az értékelési szempontok száma.
- Szükséges feltételek:
 - C_1 színhúség: legalább jó legyen;
 - C_2 internet: elérhető legyen;
 - C_3 ár: legfeljebb 150.000 Ft legyen;
 - C_4 megbízhatóság: legalább közepesen megbízható legyen;
 - C_5 alkatrészpótlás: biztosított legyen;
 - C_6 esztétika: legalább jó legyen.

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| C1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| C2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| C3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| C4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| C5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C6 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| JM | 4 | 4 | 2 | 5 | 4 |

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
|-----------------|---------------|---------------|-----------------|-------------|-----------------|
| Színhúség | Gyenge | Jó | Közepes | Közepes | Kiváló |
| Internet | Nem érhető el | Nem érhető el | Elérhető | Elérhető | Elérhető |
| Ár | 67 000 Ft | 82 000 Ft | 91 500 Ft | 150 000 Ft | 340 000 Ft |
| Megbízhatóság | Közepes | Közepes | Gyenge | Megbízható | Megbízható |
| Alkatrészpótlás | Biztosított | Biztosított | Nem biztosított | Biztosított | Nem biztosított |
| Esztétika | Jó | Közepes | Közepes | Jó | Jó |

Előnyök:

1. az eljárás egyszerű, áttekinthető, könnyen kezelhető, ezért nem feltétlenül szükséges számítástechnikai háttér;
2. akármilyen skálázású adatok mellett könnyen alkalmazható;
3. nagyszámú alternatíva is gyorsan kiértékelhető;

Hátrányok:

1. a szempontokat nem kezeli együtt, ezért nem veszi figyelembe, hogy az egyes szempontok szerinti hátrányokat más szempontok szerinti előnyök kiegyenlíthetik;
2. a rendelkezésre álló információk nagyobb részét nem használja fel, mert minden értékelési szempontnál csak az adott feltétel teljesülését vizsgálja, a teljesítés minőségét és mértékét nem;

További finomítási lehetőségek

- **A szempontok súlyozása:** az értékelési szempontok fontosság szerinti sorba rendezése vagy fontosság szerinti súlyozása.

A súlyozás egyik előnye, hogy használata esetén nem csak a legjobb alternatíva határozható meg, hanem az alternatívák rangsora is.

- **Lexikografikus rendezés:**
 - meghatározzuk az összes értékelési szempontot,
 - majd fontosság szerint sorba rendezzük azokat,
 - és a legfontosabbnak tartott szempont szerint sorba rendezzük az alternatívákat is.
 - Ha a legfontosabbnak tartott szempont szerint két vagy több alternatíva ugyanazt az értékelést kapta, akkor a fontossági sorrendben következő értékelési szempont szerinti értékelést kell figyelembe venni.
 - stb.

A döntési modellezés lépései többszemponú döntési feladatok megoldása esetén

1. A döntési feladat felépítése:

- a) cél megfogalmazása;
- b) az alternatívák kiválasztása;
- c) a szempontok meghatározása.

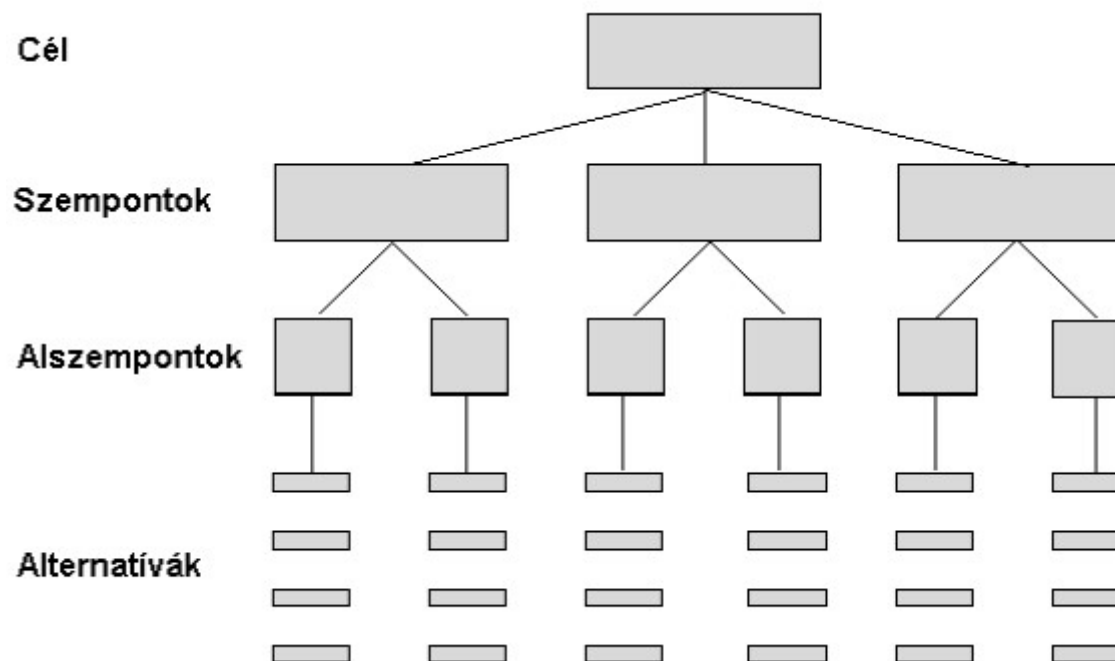
2. A döntési feladat megoldása:

- a) minden alternatíva kiértékelése minden szempont szerint;
- b) a szempontok súlyainak meghatározása;
- c) az értékelések és a súlyozás összegzése.

A többszemponú döntési eljárások kiválasztására egyértelmű szabály nem adható meg (ez is egy többszemponú döntési probléma), csak a konkrét döntési probléma ismeretében lehet a legmegfelelőbb eljárást meghatározni.

Analytic Hierarchy Process (AHP)

- Az AHP többszemponútú döntési problémák megoldására alkalmas eljárás.
- A döntési probléma az áttekinthetőség érdekében egy **többszintű fastruktúra**ként van ábrázolva.
- A legfelső szintjén a cél, az alatta levő szinteken a szempontok, az alszempontok stb., a legalsó szinten pedig az alternatívák helyezkednek el.



Expert Choice (EC) döntéstámogató szoftver

- Az EC modellekben a grafikus ábrázolásban az alternatívák nincsenek megkülönböztetve a szempontoktól. Az egyedüli különbség az, hogy az alternatívák helyezkednek el a szempontfa legalsó szintjén.
- Az EC által kezelt fák legfeljebb 5 szint mélységűek, és egy szempontnak legfeljebb 9 alszempontja lehet, így - mivel az utolsó szinten az alternatívák vannak – elvileg $7380 = (9 + 9^2 + 9^3 + 9^4)$ szempont kezelhető; ezekből 6561 levélszempont.

AHP döntési modell

- A cél mindig az adott **alternatívák rangsorának a meghatározása**.
- Mivel az értékelési szempontok fastruktúrába vannak rendezve, ezért a **szempontok közötti összefüggéseket** is figyelembe lehet venni.
- Az alternatívák szempontok szerinti értékelése alapulhat:
 - **Névleges érték**
 - **Rangsorbeli érték**
 - **Intervallum értékek**
 - **Hányados skálán**
- A döntési feladat megoldásának lépései az AHP modellekben:
 1. a szempontok súlyainak a meghatározása;
 2. az alternatívák kiértékelése a megadott szempontok szerint;
 3. a súlyozás és az értékelések összegzése.

1. Páros összehasonlítás

- Az AHP döntési problémák megoldásának az egyik alapeszköze a **páros (páronkénti) összehasonlítás**.
- Amelyet a szempontok súlyozására és az alternatívák egyes szempontok szerinti értékelésére egyaránt alkalmaznak.
- A páros összehasonlítás mátrixban a $w_i, i = 1, \dots, n$ tetszőleges, pozitív valós számok.

| | A_1 | A_2 | · | · | · | A_n |
|-------|-----------|-----------|---|---|---|-----------|
| A_1 | w_1/w_1 | w_1/w_2 | · | · | · | w_1/w_n |
| A_2 | w_2/w_1 | w_2/w_2 | · | · | · | w_2/w_n |
| · | · | · | · | · | · | · |
| · | · | · | · | · | · | · |
| · | · | · | · | · | · | · |
| A_n | w_n/w_1 | w_n/w_2 | · | · | · | w_n/w_n |

Egy példa

- A páros összehasonlítás mátrixból az egyes **alternatívák fontosságát** úgy kapjuk, hogy **meghatározzuk a legnagyobb sajátértékhez tartozó sajátvektort**.
- Ha mért értékek vannak, akkor a páros összehasonlítás mátrix és a legnagyobb sajátértékhez tartozó sajátvektor természetesen adódik.
- Ennek illusztrálására tegyük fel, hogy 5 ezüst tömbünk van, amiből

az első, A1 súlya $w_1 = 5$ kg,
a második, A2 súlya $w_2 = 1$ kg,
a harmadik, A3 súlya $w_3 = 10$ kg,
a negyedik, A4 súlya $w_4 = 2$ kg,
az ötödik, A5 súlya $w_5 = 15$ kg.

Az **összsúly 33 kg**, ami az egyes darabok között a következőképpen oszlik el:

A1: $5/33 = 0,15$;
A2: $1/33 = 0,03$;
A3: $10/33 = 0,30$;
A4: $2/33 = 0,06$;
A5: $15/33 = 0,46$;

Ezüst tömbök páros összehasonlítás mátrixa:

| | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | A ₅ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A ₁ | 1 | 5 | 1/2 | 5/2 | 1/3 |
| A ₂ | 1/5 | 1 | 1/10 | 1/2 | 1/15 |
| A ₃ | 2 | 10 | 1 | 5 | 2/3 |
| A ₄ | 2/5 | 2 | 1/5 | 1 | 2/15 |
| A ₅ | 3 | 15 | 3/2 | 15/2 | 1 |

A legnagyobb sajátértékhez tartozó sajátvektor komponensei (0,15; 0,03; 0,30; 0,06; 0,46), amik pontosan a súlyarányokat adják.

Sajátvektor módszer

- A döntéshozatal során a döntéshozó a döntési feladat szempont súlyainak meghatározására és az alternatívák minden egyes levélszempont szerinti kiértékelésére megadja a páros összehasonlítás mátrixokat.
- A **páros összehasonlítás intervallum-skálája** az AHP módszertanban:
 1. egyformán fontos / előnyös;
 3. mérsékelten fontosabb / előnyösebb;
 5. sokkal fontosabb / előnyösebb;
 7. nagyon sokkal fontosabb / előnyösebb;
 9. rendkívüli mértékben fontosabb / előnyösebb.

Sajátvektor módszer

A páros összehasonlítás mátrixokból a szempontok fontosságát, illetve az **alternatívák** egyes **levélszempontokra vonatkoztatott pontértékét** úgy kapjuk, hogy **meghatározzuk** a páros összehasonlítás mátrixok **legnagyobb sajátértékeihez tartozó sajátvektorokat**, azokat **1-re normáljuk**, és az így kapott sajátvektorok komponensei adják a prioritásokat, a w_i értékeket.

$$Aw = \lambda_{\max} w,$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad w \in R_+^n,$$

Sajátvektor módszer

- A módszer hasznossága azon alapul, hogy a gyakorlatban éppen a w_i értékek ismeretlenek, és a w_i/w_j hányadosokról rendelkezünk információval a páros összehasonlítások elvégzése után.
- A döntéshozó ugyanis azt mérlegeli, hogy bármely két szempont vagy alternatíva esetén **az egyik hányszor fontosabb vagy kevésbé fontos, mint a másik**, pl. A_i sokkal előnyösebb A_j -nél, tehát a skála szerint $w_i/w_j = 5$

Disztributív AHP modell – szempontok súlyainak meghatározása

- A döntési feladatok megoldásának első lépése a szempontok súlyainak meghatározása.
- Az AHP modellekben a szempontok súlyait vagy **közvetlenül adjuk meg**, vagy a **sajátvektor módszerrel határozzuk meg**.
- Ez utóbbi esetben felépítjük az azonos szinteken lévő szempontok egymáshoz viszonyított fontosságát tartalmazó páros összehasonlítás mátrixokat.
- Ezek legnagyobb sajátértékeihez tartozó sajátvektorai szolgáltatják az azonos szinteken levő szempontok súlyait, amelyek összege minden szinten 1.

Disztributív AHP modell – Az alternatívák értékelése az egyes szempontok szerint

- Az alternatívákat csak a levélszempontok szerint kell értékelni, a többi szempontnál a levélszempontokra adott pontszámokból és a súlyokból számítható ki a pontérték.
- Az alternatívákat minden levélszemponton a sajátvektor módszerrel értékeljük (az adott szempont szerint az egyik alternatíva „hányszor olyan jó”, mint a másik).
- Az alternatívák pontszámainak összege ebben az esetben is egyenlő 1-gyel a levélszempontokon, így a pontszámok csak azt jelzik, hogy az adott szempont szerint melyik alternatívát mennyire tartjuk fontosnak.

Disztributív AHP modell – Az értékelések és a súlyozás összegzése döntési tábla esetén

- Tekintsünk n alternatívát és m szempontot.
- Jelölje **A_1, A_2, \dots, A_n** az alternatívákat és **C_1, C_2, \dots, C_m** a szempontokat.
- Tételezzük fel, hogy az alternatívák értékelése az egyes szempontok szerint ismert, és a szempontok fontosságuk szerint súlyozva vannak.
- Jelölje $a_{ij} > 0; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ a j -edik alternatíva i -edik szempont szerinti értékét,
- $w_i > 0; i = 1, \dots, m$ az i -edik szempont súlyát,
- $x_j; j = 1, \dots, n$ pedig a keresett végső rangsort adó értékeket.

Az adatokat táblázatos formában

| | | | | | | |
|---------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|
| | | x_1 | \cdot | \cdot | \cdot | x_n |
| | | A_1 | \cdot | \cdot | \cdot | A_n |
| w_1 | C_1 | a_{11} | \cdot | \cdot | \cdot | a_{1n} |
| \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot |
| \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot |
| \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot |
| w_m | C_m | a_{m1} | \cdot | \cdot | \cdot | a_{mn} |

- **A döntési probléma az alternatívák sorbarendezése,** azaz olyan $\mathbf{x} \in R^n$ vektor meghatározása a szempontok szerinti értékelések és a hozzájuk tartozó súlyok figyelembevételével, ami „jól illeszkedik” a táblázat soraihoz.

Disztributív módban végezve a kiértékelést azt kapjuk, hogy

$$x_j^D = \sum_{i=1}^m \frac{w_i}{w} \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{ik}} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{w_i}{w} \frac{1}{\sum_{k=1}^n a_{ik}} \right) a_{ij}, \quad j = 1, \dots, n$$

ahol $w = \sum_{i=1}^m w_i$.

A képletből látható, hogy ez additív modell, amelyben a

(szempont súlya \times alternatíva pontszáma) / (az adott szempont szerinti értékelések összege)

alakú kifejezéseket összegezzük.

- Új fagyaltbolt optimális helyének kiválasztása
- EC eredmény „Distributive” módban

Synthesis of Leaf Nodes with respect to GOAL
Distributive Mode
OVERALL INCONSISTENCY INDEX = 0.07

| LEVEL 1 | LEVEL 2 | LEVEL 3 | LEVEL 4 | LEVEL 5 |
|---------------|--------------|---------|---------|---------|
| helypénz=.509 | | | | |
| | külvctr=.226 | | | |
| | külvst=.160 | | | |
| | belvfút=.123 | | | |
| láthatsg=.243 | | | | |
| | külvst=.168 | | | |
| | külvctr=.053 | | | |
| | belvfút=.022 | | | |
| vevőikap=.155 | | | | |
| | külvst=.087 | | | |
| | belvfút=.050 | | | |
| | külvctr=.019 | | | |
| konkurnc=.094 | | | | |
| | külvctr=.051 | | | |
| | belvfút=.028 | | | |
| | külvst=.015 | | | |

| | | |
|---------|------|--|
| külvst | .429 | |
| külvctr | .348 | |
| belvfút | .223 | |

| Abbreviation | Definition |
|--------------|--|
| GOAL | |
| belvfút | a belváros főútja |
| helypénz | a területért fizetendő bérleti díj négyzetlábanként |
| konkurnc | a környéken lévő konkurens fagyiboltok száma |
| külvctr | külvárosi bevásárlócentrum |
| külvst | egy sétálóutca a távoli külvárosban, sok tinivel és nyugdíjassal |
| láthatsg | a telephely láthatósága - an intangible criterium |
| vevőikap | megfelelő forgalom az arra járók számában megadva |

Ideális AHP modell

Az ideális kiértékelési módot alkalmazva, döntési táblák esetén hasonlóan járunk el, mint a disztributív AHP modell esetén, csak a

(szempont súlya \times alternatíva pontszáma) / (az adott szempont szerinti maximális pontszámú alternatíva pontszáma)

alakú kifejezéseket összegezzük, amiből következik, hogy minden szempont esetén az ott maximális értéket kapott alternatíva vagy alternatívák megkapják a szempont teljes súlyát.

Ennek képlete:

$$x_j^I = \sum_{i=1}^m \frac{w_i}{w} \frac{a_{ij}}{\max_k a_{ik}} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{w_i}{w} \frac{1}{\max_k a_{ik}} \right) a_{ij}, \quad j = 1, \dots, n.$$

- Új fagyaltbolt optimális helyének kiválasztása
- EC eredmény „Ideal” módban

Synthesis of Leaf Nodes with respect to GOAL

Ideal Mode

OVERALL INCONSISTENCY INDEX = 0.07

| LEVEL 1 | LEVEL 2 | LEVEL 3 | LEVEL 4 | LEVEL 5 |
|---------------|---------------|---------|---------|---------|
| helypénz=.509 | | | | |
| | külvcntr=.509 | | | |
| | külvsét =.359 | | | |
| | belvfóút=.278 | | | |
| láthatsg=.243 | | | | |
| | külvsét =.243 | | | |
| | külvcntr=.076 | | | |
| | belvfóút=.032 | | | |
| vevőikap=.155 | | | | |
| | külvsét =.155 | | | |
| | belvfóút=.089 | | | |
| | külvcntr=.034 | | | |
| konkurnc=.094 | | | | |
| | külvcntr=.094 | | | |
| | belvfóút=.051 | | | |
| | külvsét =.028 | | | |

| | | |
|----------|------|--|
| külvsét | .403 | |
| külvcntr | .366 | |
| belvfóút | .231 | |

| Abbreviation | Definition |
|--------------|--|
| GOAL | |
| belvfóút | a belváros főútja |
| helypénz | a területért fizetendő bérleti díj négyzetlábanként |
| konkurnc | a környéken lévő konkurens fagyiboltok száma |
| külvcntr | külvárosi bevásárlócentrum |
| külvsét | egy sétálóutca a távoli külvárosban, sok tinivel és nyugdíjossal |
| láthatsg | a telephely láthatósága - an intangible criterium |
| vevőikap | megfelelő forgalom az arra járók számában megadva |

Rangsorfordulás

A disztributív és az ideális AHP modellekben megváltozhat a korábban bevitt alternatívák rangsora, ha **egy vagy több új alternatívával bővül a döntési feladat**, vagy ha egy vagy több alternatívát hagyunk el a döntési feladatból.

Értékeljük ki a döntési táblát az ideális modell alapján.

| | | A ₁ | A ₂ |
|---------------|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{2}$ | C ₁ | 1 | 2 |
| $\frac{1}{2}$ | C ₂ | 3 | 2 |

Eredményként azt kapjuk, hogy

$$x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12},$$

$$x_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6} = \frac{10}{12},$$

Ebből az adódik, hogy A₂ jobb választás, mint A₁.

Rangsorfordulás

Értékeljük ki a döntési táblát egy újabb alternatívával kiegészítve.

| | | A ₁ | A ₂ | A ₃ |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{2}$ | C ₁ | 1 | 2 | 4 |
| $\frac{1}{2}$ | C ₂ | 3 | 2 | 1 |

Eredményként azt kapjuk, hogy

$$x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{5}{8} = \frac{15}{24},$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + \frac{2}{6} = \frac{14}{24},$$

Ebből az adódik, hogy A₁ jobb választás, mint A₂.

Erőforrások szétosztása feladat

- Döntési problémák esetén gyakran van szükség többszemponú döntési feladatok és optimalizálási feladatok kombinálására.
- Tegyük fel, hogy a döntési probléma a legjobb kutatásfejlesztési pályázatok kiválasztása adott pénzügyi korlát esetén.
- A feladatot két részre bontjuk:
 1. Először megoldjuk a többszemponú feladatot, azaz a pályázatok rangsorolását, amiből (pl. az AHP disztributív modell segítségével) megkapjuk az egyes pályázatok súly- vagy prioritásértékeit.
 2. Ezután a következő egészértékű optimalizálási feladatot oldjuk meg:

$$\max \sum_{i=1}^n x_i z_i$$

$$\sum_{i=1}^n c_i z_i \leq K,$$

$$\mathbf{c}, \mathbf{z}, \mathbf{x} \in R^n, \quad z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

ahol az $x_i, i = 1, \dots, n$, prioritásértékeket a döntési feladat megoldásából A_1, \dots, A_n , alternatívákra vonatkozó $c_i, i = 1, \dots, n$, az egyes kutatásfejlesztési munkák tervezett költsége, a rendelkezésre álló pénz $z_i = 1$, és ha i - akkor az i -edik projekt kiválasztás $z_i = 0$, erült, ha pedig i - akkor nem. Látható, K így a rendelkezésre álló összeget próbáljuk a leghatékonyabban felhasználni a kutatásfejlesztési projektek között.