

Intelligens technikák a döntéstámogatásban

Bizonytalan adatok kezelése fuzzy logikával

Werner Ágnes

Szakértői ágensek, szakértői rendszerek

- A szakértői rendszer egy olyan számítógépes program, amely az **ember probléma megoldó képességét** modellezi.
- Jól körülhatárolt, viszonylag **szűk szakterületen** képes problémamegoldásra.
- A probléma megoldása az **emberi szakértőhöz hasonlóan** szakvélemény, tanács vagy esetleg egy konkrét értékelés.
- Felépítés:
 - **Tudásbázis,**
 - **Következtető gép,**
 - **Felhasználói interfész.**
- Előnyök, hátrányok.

Fuzzy fogalom, fuzzy logika, fuzzy halmaz

- A számítástechnikában mindennek az alapja a bit, azaz az **igen-nem** információ.
- Mivel mindent ezzel írunk le, minden **igaz vagy hamis**.
- A természetben viszont majdnem minden olyan, hogy **nem sorolható határozottan két ilyen csoport egyikébe sem**, ezért a valóságos jelenségek leírásához másféle eszközökre van szükség.
- A mindennapi életben szerepel megfogalmazásainkban a **többé-kevésbé**, az **általában**, az **esetleg**, a **talán** stb.
- A **fuzzy fogalom** ezt a sokszínűséget hozza be a halmazelméletbe.
- Laza halmazelmélet esetén nemcsak ezt a két értéket vehetjük, hanem **tetszőleges valós számot a $[0,1]$ intervallumból**, így például a talán válasznak megfeleltethetjük a 0,2 értéket.
- Az, hogy valamely elem egy adott halmazba esik-e vagy sem, már egy **logikai állítás**, itt kapcsolódik össze a logika és a halmazelmélet.

Fuzzy halmaz

- **Definíció:** Az A halmaz fuzzy halmaz, ha $x \in A$ kérdésre nem tudunk igennel vagy nemmel válaszolni, hanem egy ún. membership (tagsági) függvénnyel adjuk meg, hogy mennyire vagyunk bizonyosak az állításban (X alaphalmaz, $x \in X$).
- A **membership függvény:**
$$\mu_A: x \rightarrow [0, 1]$$
az A halmazhoz tartozás mértékét adja meg.
- Ez **kibővítése a klasszikus halmazfogalomnak**, ahol az eleme kérdésre kétféle válasz adható: igen, nem.
- A fuzzy halmazelmélet általánosítása szerint μ_A -nak **tetszőleges értékei lehetnek a $[0,1]$ intervallumban.**

Légkondicionáló működése

- Egy légkondicionáló modell kisebb szabályszámmal megvalósítható.
- Legyen pl. **B1** jelentése: 23-26 fokos levegő, **B2** jelentése: nincs fűtés, **B3** jelentése: 20-23 fokos a levegő, **A** a szobában mért hőmérsékletet jelenti, amelyet szintén feloszthatunk.
- A teljes **modell szabálybázisa** legyen:

$$\text{Ha } x=A_i \text{ akkor } y=B_i \quad i=1,2,3$$

Felosztás: **hűvös, kellemes, meleg** az **A** esetében
hűvös, semmi, meleg a **B** esetében

Az új fuzzy modellnél elegendő **3 szabályt** használni:

1. Ha x =hűvös akkor y =meleg
2. Ha x =kellemes akkor y =semmi
3. Ha x =meleg akkor y =hűvös

~~ha $x=20$ akkor $y=26$~~

~~ha $x=21$ akkor $y=25$~~

~~...~~

Fuzzy halmazok

- A fuzzy halmazok nemcsak **folytonosak**, hanem **diszkrét** értékűek is lehetnek.
- Ha az **A** halmazt az $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ elemeken akarjuk definiálni, akkor a $\mu_A(\mathbf{x})$ membership függvény minden \mathbf{x}_i -re megadja az **A**-hoz tartozás fokát.
- Az **A** halmazt reprezentálhatjuk **vektor** formában is:

$$\mathbf{A} = (\mu_A(\mathbf{x}_1), \mu_A(\mathbf{x}_2), \dots, \mu_A(\mathbf{x}_n))$$

vagy ún. **fit vektor** formában:

$$\mathbf{A} = (\mu_A(\mathbf{x}_1)/\mathbf{x}_1, \mu_A(\mathbf{x}_2)/\mathbf{x}_2, \dots, \mu_A(\mathbf{x}_n)/\mathbf{x}_n)$$

- Ha a középkorúak halmazát néhány diszkrét értékkel akarjuk reprezentálni, akkor a fit vektora:

$$\text{kozepkoruak} = (0/0, 0/25, 0.4/30, 1/33, 1/57, 0.5/60, 0/65)$$

Fuzzy logika

- A fuzzy logika a fuzzy halmazokra megfogalmazott állításokkal foglalkozik és a halmazhoz tartozást a hozzátartozás fokával jellemez.
- A fuzzy logika állításainak megfogalmazásához **nyelvi változókat** (vagy fuzzy változókat) használ.
 - pl.: magasság: alacsony, közép magas, magas
 - testsúly: könnyű, átlagos, súlyos
 - minőség: gyenge, jó, kiváló
- A nyelvi változókkal különböző **állítások fogalmazhatók** meg, melyek akár csak a matematikai logikában, különböző **műveletekkel** kapcsolhatók össze.

Műveletek fuzzy halmazokkal

Zadeh-féle fuzzy halmazműveletek

- **komplement:** Az X alaphalmazon értelmezett $A \in F(x)$ fuzzy halmaz Zadeh-féle komplemente \bar{A} , melyet $\bar{A}(x) = 1 - A(x)$ határoz meg

- **metszet:** $A, B \in F(x)$ két fuzzy halmaz

$$(A \cap B)(x) = \min[A(x), B(x)], \forall x \in X \text{ -re (t-norma)}$$

- **unió:** $A, B \in F(x)$ két fuzzy halmaz

$$(A \cup B)(x) = \max[A(x), B(x)], \forall x \in X \text{ -re (t-konorma)}$$

- Pl. Ha süt a nap és meleg van akkor strandra megyünk.

Szakértői rendszerekben

- Az állításokból összetett állítások képezhetők és ezek, akár csak a logika kifejezései, felhasználhatók a szakértői rendszerekben.
- A szakértői rendszerek alapvetően a klasszikus logika modus ponens-ével dolgoznak:

$$\frac{A \quad A \rightarrow B}{B}$$

ahol **A**, **B** állítások, és az **A** \rightarrow **B** implikáció az **IF A THEN B** alakú szabályokkal írható le.

$$\frac{A \text{ igaz} \quad \text{IF } A \text{ THEN } B}{B \text{ igaz}}$$

Szakértői rendszerekben

- Ha áttérünk nyelvi változókra, akkor a **modus ponens** formája egy konkrét esetben pl.:

P értéke A'

P értéke $A \rightarrow Q$ értéke B

Q értéke B'

ahol P, Q nyelvi változók és A, A', B, B' fuzzy részhalmazok.

- E fuzzy modus ponens szabály a következőképp is formalizálható:

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B)$$

vagy $B' = A' \circ M$ ahol a \circ az ún. **fuzzy kompozíciós művelet**, és az $A \rightarrow B$ fuzzy implikációt **mátrix formában** (M) adjuk meg.

- Az M konkrét meghatározására többféle módszer alakult ki, ezek közül kettő:
 - **Max-min következtetési mód**: az M elemeit az $m_{ij} = \min(a_i, b_j)$ képlettel számoljuk ki,
 - **Max-product következtetési mód**: M elemeit az $m_{ij} = a_i * b_j$ képlettel számoljuk.

Szakértői rendszerekben

- Legyen pl. **A, B két fuzzy halmaz**, amely vektorral kerül megadásra:

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n); a_i = \mu_A(x_i)$$

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_p); b_j = \mu_B(y_j)$$

és az $n * p$ -s fuzzy mátrixot (FAM mátrix, Fuzzy Associative Memory) pl. max-min következtetési mód szerint számoljuk ki.

- A **fuzzy szabály** egy konkrét **A'** értékre az $A' \circ M_{AB} = B'$ képlet szerint számolja **B'** értékét:

$$b'_j = \max\{\min(a'_i, m_{ij})\} \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ esetén.}$$

Eltérések a szokásos szabálykezeléstől

- ha az **IF A THEN B** fuzzy szabályt kell alkalmazni, a következtetés az előzőekben definiált **M** mátrixszal megvalósítható: $A' \circ M_{AB} = B'$ egy adott A' értéknél
- ha több premisszával kell dolgozni, pl. **IF A AND B THEN C**, akkor a számítás a következő: szétbontjuk a szabályt két egy premisszás szabályra, külön végrehajtjuk a következtetéseket és azután AND-del összekapcsoljuk őket.

Képlettel: $C' = [A' \circ M_{AC}] \cap [B' \circ M_{BC}]$

- Szabálycsoportok esetén, ahol minden szabály konklúziójában ugyanaz a nyelvi változó szerepel, szintén eltérő a következtetési mód. Itt egy adott értékre (A') nem egy szabály aktivizálódik, hanem a szabálycsoport minden eleme.

Ha a szabályok:

$$\begin{array}{l} \text{If } A_1 \text{ then } B_1 \rightarrow B'_1 \\ \text{input } A' \rightarrow \dots \\ \text{If } A_n \text{ then } B_n \rightarrow B'_n \end{array}$$

akkor az A' értékre a szabályok rendre valamilyen fuzzy halmazokat hoznak létre.

A keresett egyetlen B' halmazt a $B' = B'_1 \cup B'_2 \cup \dots \cup B'_n$ uniókkal határozhatjuk meg.

Szakértői rendszerekben

Az **eredmény értelmezésénél** találhatunk még eltérést a szokásos szakértői rendszertől, ami már nem a következtetéshez tartozik, hanem az eredményül kapott fuzzy halmaz kezelését jelenti.

- A kapott **fuzzy halmazt vissza kell alakítani**, azaz a **nyelvi változó** valamely **konkrét értékét kell hozzárendelni**.
- A visszaállítás módjai:
 - a **maximum módszer**, amely azt a helyet keresi meg, ahol a membership függvény a legnagyobb értékét veszi fel,
 - a **fuzzy centroid módszer**, amely a **B'** eredményhalmaz **p** számú diszkrét **y_j** értékei alapján határoz meg egy **y** végeredményt:

$$y = \frac{\sum_{j=1}^p y_j \mu_{B'}(y_j)}{\mu_{B'}(y_j)}$$

Locsolórendszer

Feladat:

Egy virágoskert locsoló rendszerét **két paraméter** alapján tudjuk beállítani:

1. **Virágföld nedvesség tartalma**
2. **Időjárás**

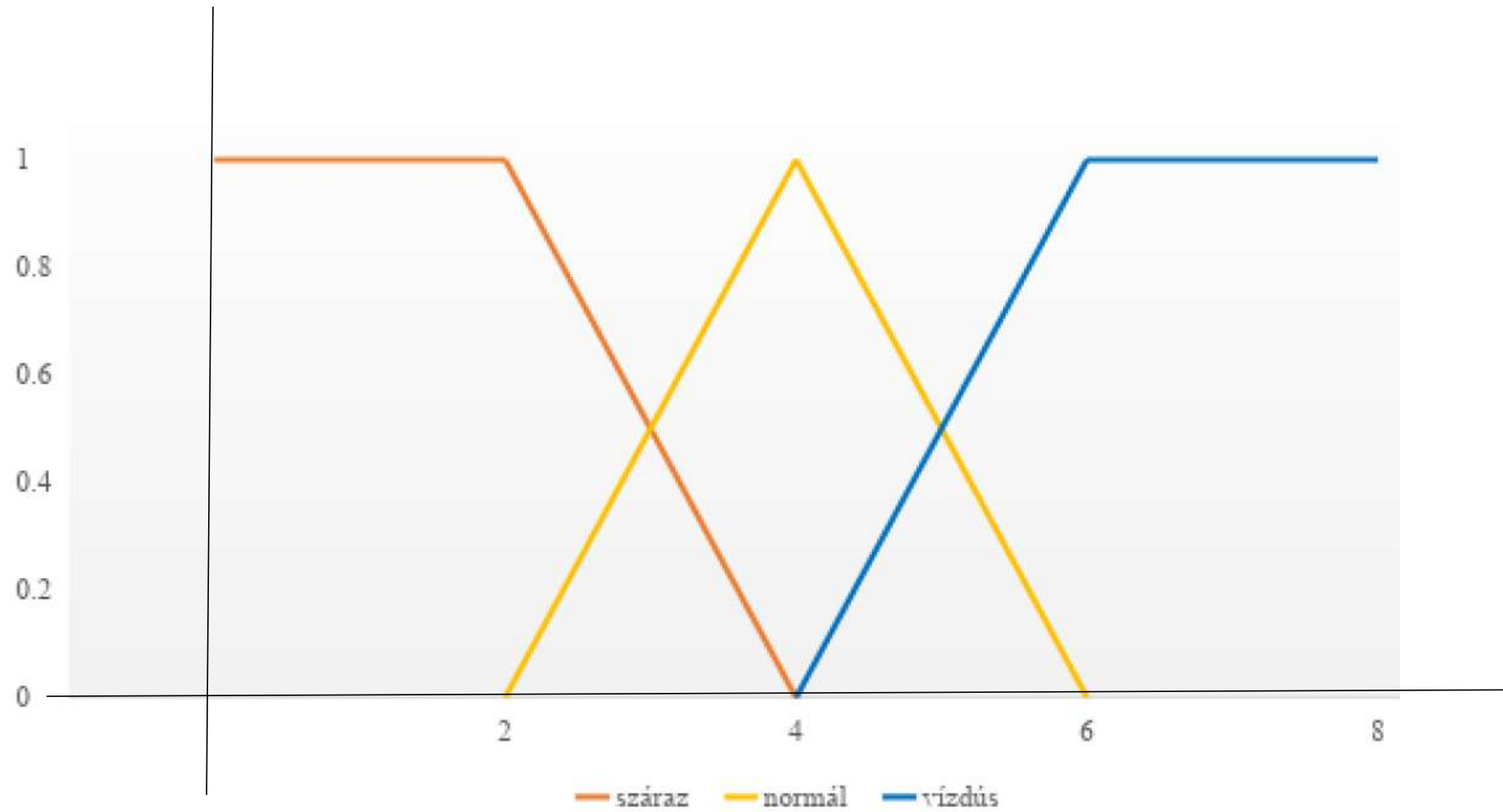
Mindkettő egy **0-tól 8-ig** terjedő skálán egy számértékkel jellemezhető.

Feladat készíteni egy olyan **fuzzy következtető rendszert**, amely e paraméterek alapján tanácsot ad, hogy **a locsoló rendszer mennyi ideig locsoljon az adott napon**. Ezt egy **0-tól 8-ig** terjedő skálán kapjuk meg.

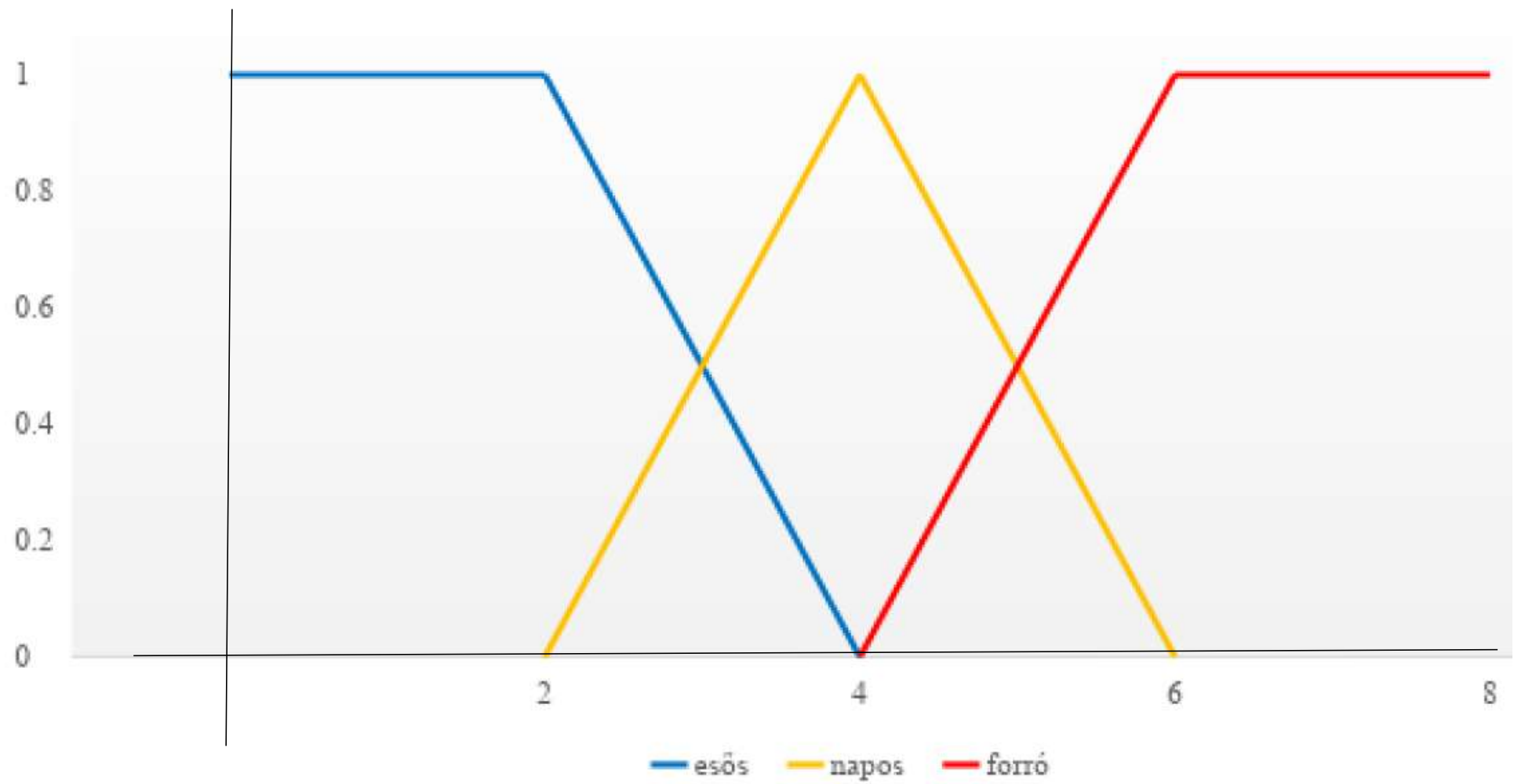
Használjuk az alábbi **nyelvi változókat**:

1. **A virágföld nedvesség tartalma**: száraz, normál, vízdús
2. **Időjárás**: esős, napos, forró
3. **Locsolás időtartama**: rövid, közepes, hosszú

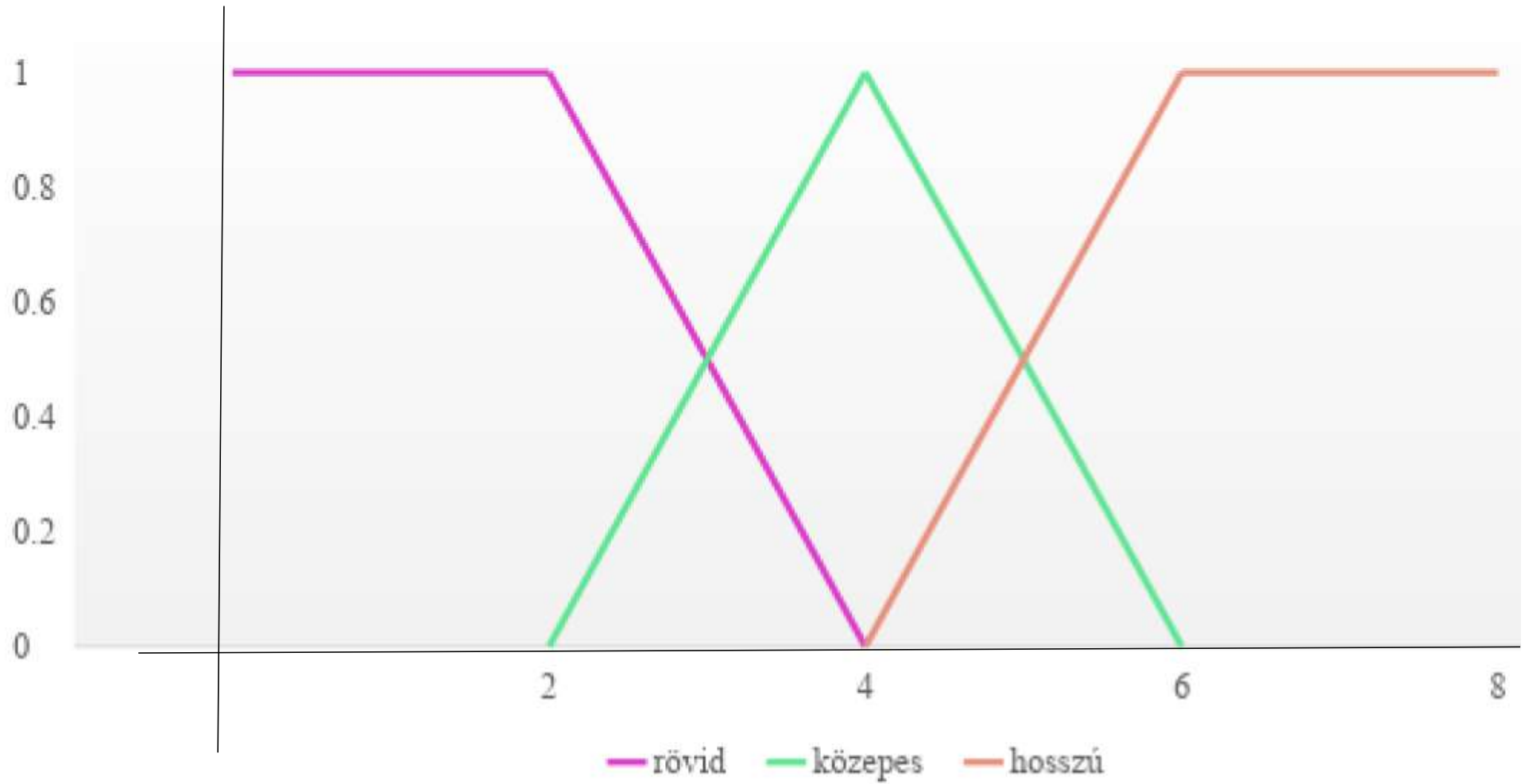
A föld nedvesség tartalma:



Időjárás



Locsolás időtartama



Döntéshozási szabályok:

1. **HA** (VIRÁGFÖLD SZÁRAZ ÉS IDŐJÁRÁS ESŐS) **AKKOR** (IDŐTARTAM KÖZEPES)
2. **HA** (VIRÁGFÖLD SZÁRAZ ÉS IDŐJÁRÁS NAPOS) **AKKOR** (IDŐTARTAM HOSSZÚ)
3. **HA** (VIRÁGFÖLD SZÁRAZ ÉS IDŐJÁRÁS FORRÓ) **AKKOR** (IDŐTARTAM HOSSZÚ)
4. **HA** (VIRÁGFÖLD NORMÁL ÉS IDŐJÁRÁS ESŐS) **AKKOR** (IDŐTARTAM RÖVID)
5. **HA** (VIRÁGFÖLD NORMÁL ÉS IDŐJÁRÁS NAPOS) **AKKOR** (IDŐTARTAM KÖZEPES)
6. **HA** (VIRÁGFÖLD NORMÁL ÉS IDŐJÁRÁS FORRÓ) **AKKOR** (IDŐTARTAM HOSSZÚ)
7. **HA** (VIRÁGFÖLD VÍZDÚS ÉS IDŐJÁRÁS ESŐS) **AKKOR** (IDŐTARTAM RÖVID)
8. **HA** (VIRÁGFÖLD VÍZDÚS ÉS IDŐJÁRÁS NAPOS) **AKKOR** (IDŐTARTAM RÖVID)
9. **HA** (VIRÁGFÖLD VÍZDÚS ÉS IDŐJÁRÁS FORRÓ) **AKKOR** (IDŐTARTAM KÖZEPES)

Locsoló működése:

Időjárás	ESŐS	NAPOS	FORRÓ
Virágföld SZÁRAZ	Közepes	Hosszú	Hosszú
Virágföld NORMÁL	Rövid	Közepes	Hosszú
Virágföld VÍZDÚS	Rövid	Rövid	Közepes

A locsolás időtartamának kiszámítása, ha a bementi értékek:

virágföld nedvesség tartalma=3,5; időjárás=4,5

Ezek a szabályok aktivizálódnak a bementi értékekre:

2. **HA** (VIRÁGFÖLD SZÁRAZ ÉS IDŐJÁRÁS NAPOS) **AKKOR** (IDŐTARTAM HOSSZÚ)

3. **HA** (VIRÁGFÖLD SZÁRAZ ÉS IDŐJÁRÁS FORRÓ) **AKKOR** (IDŐTARTAM HOSSZÚ)

5. **HA** (VIRÁGFÖLD NORMÁL ÉS IDŐJÁRÁS NAPOS) **AKKOR** (IDŐTARTAM KÖZEPES)

6. **HA** (VIRÁGFÖLD NORMÁL ÉS IDŐJÁRÁS FORRÓ) **AKKOR** (IDŐTARTAM HOSSZÚ)

Meghatározandó: $\mu_{locsolás}(P) = \min(\mu_{virágföld}(3,5); \mu_{időjárás}(4,5))$

2. $\mu_{száraz}(3,5) = 0,25$ és $\mu_{napos}(4,5) = 0,75 \rightarrow \mu_{hosszú}(P) = 0,25$

3. $\mu_{száraz}(3,5) = 0,25$ és $\mu_{forró}(4,5) = 0,25 \rightarrow \mu_{hosszú}(P) = 0,25$

5. $\mu_{normal}(3,5) = 0,75$ és $\mu_{napos}(4,5) = 0,75 \rightarrow \mu_{közepes}(P) = 0,75$

6. $\mu_{normal}(3,5) = 0,75$ és $\mu_{forró}(4,5) = 0,25 \rightarrow \mu_{hosszú}(P) = 0,25$

$$\begin{aligned} \text{Locsolás időtartama} &= \frac{6,3 * 0,25 + 6,3 * 0,25 + 4,0 * 0,75 + 6,3 * 0,25}{0,25 + 0,25 + 0,75 + 0,25} \\ &= 5,15 \end{aligned}$$