Postfix jelölés

Marosvölgyi Gergely ©2014

Lényege

A postfix jelölés (vagy másnéven Lengyel-forma) célja egy (infix) algebrai kifejezés átírása oly módon, hogy ne szerepeljenek már benne zárójelek, de a műveletek sorrendje megmaradjon. Ezt a módszert használják többek között a kézi számológépek. Például:

Infix kifejezés: $(a + b) * (c - d)$

Postfixre átírva: $a\ b + c\ d\ - *$

Átírás postfix jelölésre

A folyamat menete a következő:

1. Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni
2. Megkeressük a legkisebb még nem vizsgált sorszámút
3. A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben
4. Hozzáírjuk az operátort a postfix kifejezéshez
5. Vissza a 2. lépésig, amíg van nem vizsgált operátor

Példa (1. lépés)

Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni:

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Példa (1. lépés)

Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni:

$$a + b * (c \overset{1.}{-} d)/(e + f)$$

Példa (1. lépés)

Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni:

$$a + b \overset{2.}{*} (c \overset{1.}{-} d)/(e + f)$$

FONTOS! Mindig balról nézve vizsgáljuk az elvégezhető műveleteket, és eszerint a szorzást már végre lehet hajtani, hiszen a *b* elemi egység, a *(c-d)* pedig már kiértékelésre került egy korábbi műveletben. (Ezért nem az *(e+f)* következik!)

Példa (1. lépés)

Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni:

$$a + b \overset{2.}{*} (c \overset{1.}{-} d)/(e \overset{3.}{+} f)$$

Példa (1. lépés)

Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni:

$$a \overset{}{+} b \overset{2.}{*} (c \overset{1.}{-} d) \overset{4.}{/} (e \overset{3.}{+} f)$$

Példa (1. lépés)

Felírjuk az infix kifejezés operátorai fölé, hogy hanyadikként lehet őket elvégezni:

$$a \overset{5.}{+} b \overset{2.}{*} (c \overset{1.}{-} d) \overset{4.}{/} (e \overset{3.}{+} f)$$

Példa (2. lépés)

Megkeressük a legkisebb még nem vizsgált sorszámút:

$$a \overset{5.}{+} b \overset{2.}{*} (c \overset{1.}{-} d) \overset{4.}{/} (e \overset{3.}{+} f)$$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. 2. 1. 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: a

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. 2. 1. 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. 2. 1. 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. 2. 1. 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

A művelet utáni operandust is leírjuk még!

Postfix: $a\ b\ c\ d$

Példa (4. lépés)

Hozzáírjuk az operátort a postfix kifejezéshez:

5. 2. 1. 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Az operandusok után leírjuk az operátort is.

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -$

Példa (2. lépés)

Megkeressük a legkisebb még nem vizsgált sorszámút:

5. 2. ~~1.~~ 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & 5. & & \boxed{2.} & & \cancel{1.} & & 4. & & 3. & \\ a & + & b & * & (c & - & d) & / & (e & + & f) \end{array}$$

Az *a* operandus már szerepel a postfixben.

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

$$5.\qquad \boxed{2.}\qquad \cancel{1.}\qquad 4.\qquad 3.$$

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

A *b* operandus már szerepel a postfixben.

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

$$\begin{array}{ccccc} 5. & \boxed{2.} & \cancel{1.} & 4. & 3. \end{array}$$

$$a + b * \underbrace{(c - d)}/(e + f)$$

A *(c-d)* kifejezés postfixe is szerepel.

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -$

Példa (4. lépés)

Hozzáírjuk az operátort a postfix kifejezéshez:

5. 2. ~~1.~~ 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

A szorzás mindkét tényezője megvan; jöhet az operátor.

Postfix: $a\ b\ c\ d - *$

Példa (2. lépés)

Megkeressük a legkisebb még nem vizsgált sorszámút:

$$\begin{array}{ccccc} 5. & \cancel{2.} & \cancel{1.} & 4. & \boxed{3.} \end{array}$$

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -\ *$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. ~~2.~~ ~~1.~~ 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Az *a* operandus már szerepel.

Postfix: $a \ b \ c \ d - *$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

$$\begin{array}{ccccccccc} 5. & & \cancel{2.} & & \cancel{1.} & & 4. & & \boxed{3.} \end{array}$$

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

A *b* operandus már szerepel.

Postfix: $a\ b\ c\ d - *$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. ~~2.~~ ~~1.~~ 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

A *c* operandus már szerepel.

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -\ *$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

$$\begin{array}{ccccc} 5. & \cancel{2.} & \cancel{1.} & 4. & \boxed{3.} \end{array}$$

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

A *d* operandus már szerepel.

Postfix: $a\ b\ c\ d - *$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5.   ~~2.~~   ~~1.~~   4.   3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Az *e* operandus még nem szerepel.

Postfix: $a\ b\ c\ d - *\ e$

Példa (3. lépés)

A keresett sorszámú műveletig fellelhető összes olyan operandust leírjuk, amely még nem szerepel a postfix kifejezésben:

5. ~~2.~~ ~~1.~~ 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Az *f* operandus még nem szerepel.

Postfix: $a\ b\ c\ d\ -\ *\ e\ f$

Példa (4. lépés)

Hozzáírjuk az operátort a postfix kifejezéshez:

5. ~~2.~~ ~~1.~~ 4. 3.

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d - *\ e\ f\ +$

Példa (2. lépés)

Megkeressük a legkisebb még nem vizsgált sorszámút:

5. ~~2.~~ ~~1.~~ $\boxed{4.}$ ~~3.~~

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d - * \ e\ f\ +$

Példa (2. és 4. lépés)

Mivel az összes operandus szerepel, ezért elegendő már csak az operátorokat leírni a sorszámok szerinti sorrendben:

5. ~~2.~~ ~~1.~~ 4. ~~3.~~

$$a + b * (c - d) \cancel{/} (e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d - * \ e\ f + /$

Példa (2-3-4. lépések)

Mivel az összes operandus szerepel, ezért elegendő már csak az operátorokat leírni a sorszámok szerinti sorrendben:

5. ~~3.~~ ~~1.~~ ~~4.~~ ~~2.~~

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d - * \ e\ f + / +$

Példa (végeredmény)

A postfix alakban az operandusok ugyanazon sorrendben kell szerepeljenek, mint az infixben:

~~5.~~ ~~3.~~ ~~1.~~ ~~4.~~ ~~2.~~

$$a + b * (c - d)/(e + f)$$

Postfix: $a\ b\ c\ d - * \ e\ f + / +$

Kiértékelés (érdekesség)

A postfix jelölés azért kényelmes, mert egyszerű a kiértékelése:

1. Elmegyünk az első operátorig
2. Vesszük az operátort megelőző két operandust (x és y)
3. Elvégezzük rajtuk a műveletet
4. Az eredményt visszaírjuk a postfix kifejezésbe
5. Kezdjük elölről, mígnem egyetlen számot kapunk

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $\underbrace{2 \quad 5 \quad +}$ $9 \quad 7 \quad - \quad *$

Ezek tartoznak egybe. Az első operátor jelzi az őt megelőző operandusokon elvégzendő műveletet.

$\underbrace{x?y}=$

Minden művelethez kell majd egy műveleti jel, valamint egy *x* és egy *y* operandus (amennyiben bináris operátorról van szó).

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: $2\quad 5\quad +\quad 9\quad 7\quad -\quad *$

Elmegyünk az első operátorig.

x+y=

Megvan a művelet.

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: $2 \quad 5 \quad + \quad 9 \quad 7 \quad - \quad *$

$x=2$

$x+y=$

Ha két operandusú operátorról van szó (mint pl. a +, -, *, /, ^) és ez az *i*-edik helyen áll, akkor a postfix kifejezésben az *x* mindig az (*i*-2)-edik helyen található.

Megvan az *x* operandus.

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $2 \quad 5 \quad + \quad 9 \quad 7 \quad - \quad *$

y=5

x+y=

Ha két operandusú operátorról van szó (mint pl. a +, -, *, /, ^) és ez az *i*-edik helyen áll, akkor a postfix kifejezésben az *y* mindig az (*i*-1)-edik helyen található.

Megvan az *y* operandus.

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $2 \;\; 5 \;\; + \;\; 9 \;\; 7 \;\; - \;\; *$

x+y=2+5=7

Megvan a részeredmény; ezt visszaírjuk a ”$2 \;\; 5 \;\; +$” helyére.

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: $7\ \ 9\ \ 7\ -\ *$

x+y=2+5=7

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: $7\ \ 9\ \ 7\ \ -\ \ *$

x-y=

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $7\ 9\ 7\ -\ *$

x=9

x-y=

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $7\ \ 9\ \ 7\ \ -\ \ *$

y=7 x-y=

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $7 \;\; 9 \;\; 7 \;\; - \;\; *$

x-y=9-7=2

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: 7 2 $*$

x-y=9-7=2

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: 7 2 $*$

x*y=

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: 7 2 $*$

x=7

x*y=

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: $7\ \ 2\ \ *$

y=2

x*y=

Kiértékelés – példa

Infix: $(2 + 5) * (9 - 7)$

Postfix: $7 \;\; 2 \;\; *$

x*y=7*2=14

Kiértékelés – példa

Infix: $(2+5)*(9-7)$

Postfix: 14 ← A végeredmény 14

x*y=7*2=14

Bináris faként (érdekesség)

A postfix jelölésből felépíthető egy fa, melynek postorder (bal-jobb-gyökér) bejárása maga a postfix alak. Az előbbi példa fája:

Postfix: $2 \quad 5 \; + \; 9 \quad 7 \; - \; *$