

Knuth-Morris-Pratt illesztő algoritmus

Marosvölgyi Gergely ©2015

Lényege

A Knuth-Morris-Pratt (röviden KMP) algoritmus tetszőleges ábécére (Σ) működik, és annyiban gyorsítja meg a mintaillesztést, hogy megpróbálja a keresett mintát önmagára ráilleszteni, így a sikeresen illesztett karakterek számával egy kicsit nagyobbat lehet „ugrani” a keresésben.

A következő dia ezt szemlélteti.

KMP szemléltetése

baab**abcbaa**

Teljes szöveg.

abab

Keresett minta.

KMP szemléltetése

~~baa~~abcbaa

.....>abab



Mivel az **abab** utolsó két karaktere illeszkedik önmagára, ezért két karaktert léphetünk a szövegben, így a pirossal áthúzott karaktert kihagytuk.

Prefix-függvény

A KMP algoritmushoz szükség lesz egy segédfüggvényre, ami egy tömbbel tér vissza (π -vel fogjuk jelölni), és megadja a minta egyes karaktereire az illeszkedések számát.

Az előbbi **abab** minta esetén ebben a tömbben a (0, 0, 1, 2) értékek szerepelnek majd. Fontos, hogy **a mintát nem illeszthetjük rá teljesen önmagára**, mert az nem gyorsítaná az eljárást.

Nézzük meg – egyelőre algoritmus nélkül –, hogyan is jön ki a fenti négy szám...

Prefix-függvény (folyt.)

Illesszük rá **abab**-t önmagára:

~~abab~~
~~abab~~

Mivel a mintát nem szabad önmagára teljesen ráilleszteni, ezért mindig a második karaktertől kezdjük az összehasonlítást...

Az algoritmusnál viszont szükség lehet majd $\pi[1]$ értékére, így ezt mindig 0-ra állítjuk.

$\pi = (0, ?, ?, ?)$

Prefix-függvény (folyt.)

Illesszük rá **abab**-t önmagára:

a **b** a b
a **b** a b

x

A mintát mindig csak az éppen vizsgált karakterig vesszük figyelembe, tehát a szürkével jelöltekre úgy tekintünk, mintha ott se lennének.

Mivel $a \neq b$, ezért nincs egyezés (0 darab karakter egyezik), vagyis $\pi[2]=0$.

$\pi = (0, 0, ?, ?)$

Prefix-függvény (folyt.)

Illesszük rá **abab**-t önmagára:

a b **a** b
a b **a** b a b




Mivel $a=a$, ezért van egyezés (1 darab karakter egyezik),
vagyis $\pi[3]=1$.

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

Prefix-függvény (folyt.)

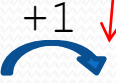
Illesszük rá **abab**-t önmagára:

a b a b
a b a b



Mivel $b=b$, ezért az előző értékhez képest van egy további egyezés (már 2 karakter egyezik), vagyis $\pi[4]=2$.

$\pi = (0, 0, 1, 2)$



A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

```
1. n:=hossz[A]
2. m:=hossz[S]
3.  $\pi$ :=prefix-függvény-számítás(S)
4. q:=0
5. for i:=1 to n do begin
6.   while q>0 and S[q+1]≠A[i] do
7.     q:= $\pi$ [q]
8.   if S[q+1]=A[i] then
9.     q:=q+1
10.  if q=m then begin
11.    print "A minta illeszkedik a(z) "(i-m+1)". pozícióra"
12.    q:= $\pi$ [q]
13.  end
14. end
```

A KMP algoritmus

A következőkben
megnézzük az algoritmust
lépésenként...

KMP-illesztő(A, S)

```
1. n:=hossz[A]
2. m:=hossz[S]
3.  $\pi$ :=prefix-függvény-számítás(S)
4. q:=0
5. for i:=1 to n do begin
6.   while q>0 and S[q+1]≠A[i] do
7.     q:= $\pi$ [q]
8.   if S[q+1]=A[i] then
9.     q:=q+1
10.  if q=m then begin
11.    print "A minta illeszkedik a(z) "(i-m+1)". pozícióra"
12.    q:= $\pi$ [q]
13.  end
14. end
```

A KMP algoritmus

KMP-illesztő (A, S)

Az algoritmus bemenő paraméterei:

- A : a teljes karaktersorozat (amiben keresünk)
- S : minta (amit keresünk A-ban)

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
3. $\pi := \text{prefix-függvény-számítás}(S)$ ➡ Kifejtés a következő diákon...

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

1. `m:=hossz[S]` //minta (S) hossza

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

1. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
2. $\pi[1] := 0$ // $\pi[1]$ mindig 0

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

1. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
2. $\pi[1] := 0$ // $\pi[1]$ mindig 0
3. $k := 0$ //illeszkedő jelek száma

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

1. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
2. $\pi[1] := 0$ // $\pi[1]$ mindig 0
3. $k := 0$ //illeszkedő jelek száma
4. **for** $q := 2$ **to** m **do begin** //illesztés 2. karaktertől kezdve

10. **end**

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

```
1. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
2.  $\pi[1]:=0$            //  $\pi[1]$  mindig 0
3. k:=0                 //illeszkedő jelek száma
4. for q:=2 to m do begin //illesztés 2. karaktertől kezdve
5.   while k>0 and S[k+1]≠S[q] do
6.     k:= $\pi[k]$          //^amíg a következő jel megegyezik
```

10. **end**

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

```
1. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
2.  $\pi[1]:=0$            //  $\pi[1]$  mindig 0
3. k:=0                  //illeszkedő jelek száma
4. for q:=2 to m do begin //illesztés 2. karaktertől kezdve
5.   while k>0 and S[k+1] $\neq$ S[q] do
6.     k:= $\pi[k]$          //^amíg a következő jel megegyezik
7.   if S[k+1]=S[q] then //ha a következő jel megegyezik...

10. end
```

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

```
1. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
2.  $\pi[1]:=0$            //  $\pi[1]$  mindig 0
3. k:=0                 //illeszkedő jelek száma
4. for q:=2 to m do begin //illesztés 2. karaktertől kezdve
5.   while k>0 and S[k+1]≠S[q] do
6.     k:= $\pi[k]$          //^amíg a következő jel megegyezik
7.   if S[k+1]=S[q] then //ha a következő jel megegyezik...
8.     k:=k+1           //...akkor +1 egyezés

10. end
```

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

```
1. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
2.  $\pi[1]:=0$            //  $\pi[1]$  mindig 0
3. k:=0                 //illeszkedő jelek száma
4. for q:=2 to m do begin //illesztés 2. karaktertől kezdve
5.   while k>0 and S[k+1]≠S[q] do
6.     k:= $\pi[k]$          //^amíg a következő jel megegyezik
7.   if S[k+1]=S[q] then //ha a következő jel megegyezik...
8.     k:=k+1           //...akkor +1 egyezés
9.    $\pi[q]:=k$            //illeszkedések számának eltárolása
10. end
```


A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

```
1. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
2.  $\pi[1]:=0$            //  $\pi[1]$  mindig 0
3. k:=0                 //illeszkedő jelek száma
4. for q:=2 to m do begin //illesztés 2. karaktertől kezdve
5.   while k>0 and S[k+1] $\neq$ S[q] do
6.     k:= $\pi[k]$          //^amíg a következő jel megegyezik
7.   if S[k+1]=S[q] then //ha a következő jel megegyezik...
8.     k:=k+1           //...akkor +1 egyezés
9.    $\pi[q]:=k$            //illeszkedések számának eltárolása
10. end
11. return  $\pi$         //visszaadjuk a  $\pi$  tömböt
```

A prefix-függvény algoritmus

prefix-függvény-számítás (S)

```
1. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
2.  $\pi$ [1]:=0           //  $\pi$ [1] mindig 0
3. k:=0                 //illeszkedő jelek száma
4. for q:=2 to m do begin //illesztés 2. karaktertől kezdve
5.   while k>0 and S[k+1]≠S[q] do
6.     k:= $\pi$ [k]         //^amíg a következő jel megegyezik
7.   if S[k+1]=S[q] then //ha a következő jel megegyezik...
8.     k:=k+1           //...akkor +1 egyezés
9.    $\pi$ [q]:=k           //illeszkedések számának eltárolása
10. end
11. return  $\pi$         //visszaadjuk a  $\pi$  tömböt
```

Vissza a KMP algoritmusához...

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
3. $\pi := \text{prefix-függvény-számítás}(S)$
4. $q := 0$ //illeszkedő jelek száma

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
3. $\pi := \text{prefix-függvény-számítás}(S)$
4. $q := 0$ //illeszkedő jelek száma
5. **for** $i := 1$ **to** n **do begin** //szöveg vizsgálata balról jobbra

14. **end**

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
3. $\pi := \text{prefix-függvény-számítás}(S)$
4. $q := 0$ //illeszkedő jelek száma
5. **for** $i := 1$ **to** n **do begin** //szöveg vizsgálata balról jobbra
6. **while** $q > 0$ **and** $S[q+1] \neq A[i]$ **do**
7. $q := \pi[q]$ //^amíg a következő jel megegyezik

14. **end**

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

1. $n := \text{hossz}[A]$ //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. $m := \text{hossz}[S]$ //minta (S) hossza
3. $\pi := \text{prefix-függvény-számítás}(S)$
4. $q := 0$ //illeszkedő jelek száma
5. **for** $i := 1$ **to** n **do begin** //szöveg vizsgálata balról jobbra
6. **while** $q > 0$ **and** $S[q+1] \neq A[i]$ **do**
7. $q := \pi[q]$ //^amíg a következő jel megegyezik
8. **if** $S[q+1] = A[i]$ **then** //ha a következő jel megegyezik

14. **end**

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

```
1. n:=hossz[A]           //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
3.  $\pi$ :=prefix-függvény-számítás(S)
4. q:=0                  //illeszkedő jelek száma
5. for i:=1 to n do begin //szöveg vizsgálata balról jobbra
6.   while q>0 and S[q+1]≠A[i] do
7.     q:= $\pi$ [q]          //^amíg a következő jel megegyezik
8.   if S[q+1]=A[i] then //ha a következő jel megegyezik...
9.     q:=q+1            //...akkor +1 egyezés
```

14. **end**

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

```
1. n:=hossz[A]           //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
3.  $\pi$ :=prefix-függvény-számítás(S)
4. q:=0                  //illeszkedő jelek száma
5. for i:=1 to n do begin //szöveg vizsgálata balról jobbra
6.   while q>0 and S[q+1]≠A[i] do
7.     q:= $\pi$ [q]           //^amíg a következő jel megegyezik
8.   if S[q+1]=A[i] then //ha a következő jel megegyezik...
9.     q:=q+1             //...akkor +1 egyezés
10.  if q=m then begin //ha végigértünk a mintán

13.  end
14. end
```


A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

```
1. n:=hossz[A]           //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
3.  $\pi$ :=prefix-függvény-számítás(S)
4. q:=0                  //illeszkedő jelek száma
5. for i:=1 to n do begin //szöveg vizsgálata balról jobbra
6.   while q>0 and S[q+1]≠A[i] do
7.     q:= $\pi$ [q]           //^amíg a következő jel megegyezik
8.   if S[q+1]=A[i] then //ha a következő jel megegyezik...
9.     q:=q+1             //...akkor +1 egyezés
10.  if q=m then begin //ha végigértünk a mintán
11.    print "A minta illeszkedik a(z) "(i-m+1)". pozícióra"
13.  end
14. end
```

Ha megtaláltuk a mintát az A -ban, akkor az i -edik karakter a minta végét jelöli, tehát az $(i-m+1)$ -edik helyen kezdődött a minta.

A KMP algoritmus

KMP-illesztő(A, S)

```
1. n:=hossz[A]           //teljes karaktersorozat (A) hossza
2. m:=hossz[S]           //minta (S) hossza
3.  $\pi$ :=prefix-függvény-számítás(S)
4. q:=0                   //illeszkedő jelek száma
5. for i:=1 to n do begin //szöveg vizsgálata balról jobbra
6.   while q>0 and S[q+1]≠A[i] do
7.     q:= $\pi$ [q]           //^amíg a következő jel megegyezik
8.   if S[q+1]=A[i] then //ha a következő jel megegyezik...
9.     q:=q+1             //...akkor +1 egyezés
10.  if q=m then begin //ha végigértünk a mintán
11.    print "A minta illeszkedik a(z) "(i-m+1)". pozícióra"
12.    q:= $\pi$ [q]
13.  end
14. end
```

A következő illeszkedés kereséséhez a q értékét $\pi[q]$ -ra kell állítani, hiszen az tárolja, hogy hány karakternyi illesztést spórolunk meg.

Tipp a memorizáláshoz

A prefix-függvény algoritmusából megkapható a KMP algoritmus nagy része az alábbi változtatásokkal:

- a for ciklus ciklusváltozója q helyett i , és 1-től n -ig megy
- az $S[q]$ helyett legyen mindenhol $A[i]$
- a k helyett legyen mindenhol q

(Innentől már csak a for ciklus utolsó utasításában lesz eltérés: a prefix-függvénynél egy értékadás, míg a KMP-nél egy **if** $q=m$ **then** elágazás szerepel.) 😊

Példa levezetése

A: `baababcbaa`

S: `abab`

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

Számozzuk be a karaktereket mindkét helyen (magunknak lesz segítség).

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$n=\text{hossz}[A]$

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$m=\text{hossz}[S]$

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi=?$



π =prefix-függvény-számítás (S)

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

Emlékeztetőül a minta...

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4 \leftarrow m=\text{hossz}[S]$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (?, ?, ?, ?)$

A π tömbnek 4 eleme lesz,
hiszen a minta hossza 4.

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi[1]=0$

$\pi = (0, ?, ?, ?)$

A π tömb első elemét mindig ki kell nullázni.

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, ?, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0 \leftarrow \text{Számológó kinullázása.}$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, ?, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=2$$

A q ciklusváltozó 2-től megy m -ig (esetünkben 4-ig).

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, ?, ?, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=0$

$q=2$

?
 $k > 0$

while $k > 0$ **and** $S[k+1] \neq S[q]$ **do**

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, ?, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=2$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$0 > 0$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, ?, ?, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=0$

$q=2$


?
 $k > 0$

$0 > 0$

x

if $S[k+1]=S[q]$ **then**

?
 $S[k+1]=S[q]$



S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, ?, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=2$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$S[k+1] \stackrel{?}{=} S[q]$$

$$0 > 0$$

$$S[1] = S[2]$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, ?, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=2$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} ? \\ S[k+1] = S[q] \end{array}$$

$$0 > 0$$

$$S[1] = S[2]$$

x

$$a = b$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, ?, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=2$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} ? \\ S[k+1] = S[q] \end{array}$$

$$\pi[q] = k$$

$$0 > 0$$

$$S[1] = S[2]$$

x

$$a = b$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi[1]=0$$

$$k=0$$

$$q=2$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$0 > 0$$

x

$$\begin{array}{c} ? \\ S[k+1] = S[q] \end{array}$$

$$S[1] = S[2]$$

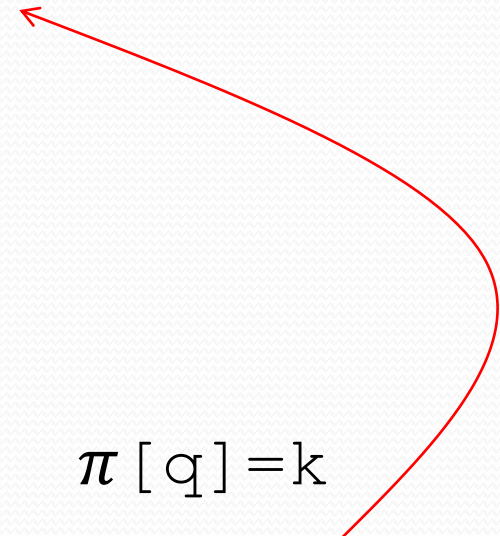
$$a = b$$

x

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[q] = k$$

$$\pi[2] = 0$$



S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=3$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=3$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=3$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$0 > 0$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=3$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$S[k+1] \stackrel{?}{=} S[q]$$

$$0 > 0$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=3$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$S[k+1] \stackrel{?}{=} S[q]$$

$$0 > 0$$

$$S[1] = S[3]$$

x

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=0$$

$$q=3$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} ? \\ S[k+1] = S[q] \end{array}$$

$$0 > 0$$

$$S[1] = S[3]$$

x

$$a = a \quad \checkmark$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, ?, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$ ←

$q=3$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$0 > 0$

$S[1] = S[3]$

✘

$a = a$ ✔



$k = k + 1 = 1$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, ?, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=1$$

$$q=3$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} ? \\ S[k+1] = S[q] \end{array}$$

$$\pi[q] = k$$

$$0 > 0$$

$$S[1] = S[3]$$

x

$$a = a \quad \checkmark$$



$$k = k + 1 = 1$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=3$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$\pi[q] = k$

$0 > 0$

$S[1] = S[3]$

$\pi[3] = 1$

x

$a = a$ ✓



$k = k + 1 = 1$



S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, 1, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=1$$

$$q=4$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, 1, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=1$$

$$q=4$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, 1, ?)$$

$$\pi[1] = 0$$

$$k=1$$

$$q=4$$

$$\begin{array}{c} ? \\ k > 0 \end{array}$$

$$1 > 0 \quad \checkmark$$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=4$

?
 $k > 0$

$1 > 0$



?

$S[k+1] \neq S[q]$

while $k > 0$ **and** $S[k+1] \neq S[q]$ **do**

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=4$

?
 $k > 0$

$1 > 0$ ✓



?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=4$

?
 $k > 0$

$1 > 0$ ✓



?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

$b \neq b$ ✗

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=4$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$1 > 0$ ✓



?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

$b \neq b$ ✗

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=4$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$1 > 0$ ✓

$S[2] = S[4]$



?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

$b \neq b$ ✗

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=1$

$q=4$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$1 > 0$ ✓

$S[2] = S[4]$



$b = b$ ✓

?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

$b \neq b$ ✗

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=2$ ←

$q=4$

?
 $k > 0$

$1 > 0$ ✓



?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

$b \neq b$ ✗

?
 $S[k+1] = S[q]$

$S[2] = S[4]$

$b = b$ ✓



$k = k + 1 = 2$

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, ?)$

$\pi[1]=0$

$k=2$

$q=4$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$\pi[q] = k$

$1 > 0$ ✓

$S[2] = S[4]$



$b = b$ ✓

?
 $S[k+1] \neq S[q]$



$S[2] \neq S[4]$

$k = k + 1 = 2$

$b \neq b$ ✗

S: a b a b

Prefix-függvény számítása

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$\pi[1]=0$

$k=2$

$q=4$

?
 $k > 0$

?
 $S[k+1] = S[q]$

$\pi[q] = k$

$1 > 0$ ✓

$S[2] = S[4]$

$\pi[4] = 2$



$b = b$ ✓

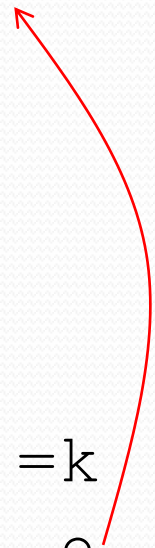


?
 $S[k+1] \neq S[q]$

$S[2] \neq S[4]$

$k = k + 1 = 2$

$b \neq b$ ✗



Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$$n=10$$

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, 1, 2)$$

$$q=0$$

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$i=1$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=1$

$q > 0$
?

while $q > 0$ **and** $S[q+1] \neq A[i]$ **do**

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=1$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=1$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=1$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

$S[1] = A[1]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=1$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

$S[1] = A[1]$

$a = b$ **x**

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=1$

$q > 0$?

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$?

$S[1] = A[1]$

$a = b$ **x**

$q = m$?

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=1$

$q > 0$?

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$?

$S[1] = A[1]$

$a = b$ **x**

$q = m$?

$0 = 4$ **x**

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=2$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$i=2$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=2$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=2$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=2$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

$S[1] = A[2]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=2$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

$S[1] = A[2]$

$a = a$ **✓**

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$i=2$

$q > 0$?

$0 > 0$ ✘

$S[q+1] = A[i]$?

$S[1] = A[2]$

$a = a$ ✔

$q = q + 1 = 1$

$q = 1$



Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=2$

$q > 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$

$S[1] = A[2]$

$a = a$ ✓



$q = q + 1 = 1$

$q = m$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=2$

$q > 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$

$S[1] = A[2]$

$a = a$ ✓



$q = q + 1 = 1$

$q = m$

$1 = 4$ **x**

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$i=3$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$1 > 0$ ✓

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \stackrel{?}{\neq} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=3$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[3]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=3$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[3]$

$b \neq a$ ✓

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=3$

$q > 0$

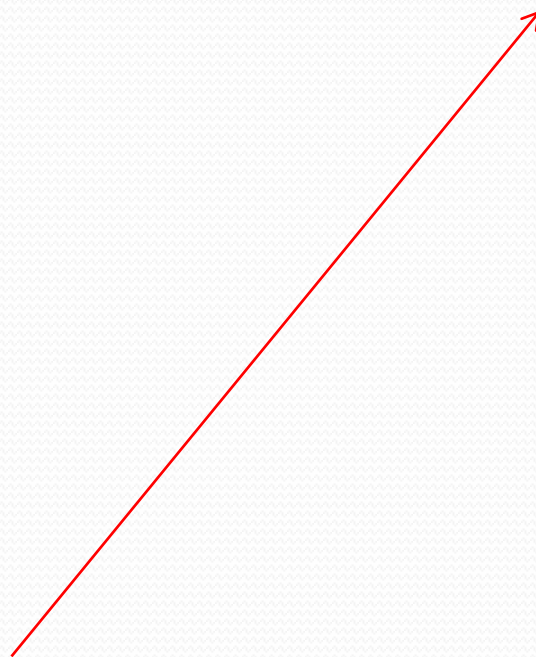
$1 > 0$ ✓

$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[3]$

$b \neq a$ ✓

$q = \pi[q] = \pi[1] = 0$



Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$$n=10$$

$$m=4$$

$$\pi = (0, 0, 1, 2)$$

$$q=0$$

$$i=3$$

$$q \stackrel{?}{>} 0$$

Mivel a ciklus mindkét feltétele teljesült, a ciklusmag végrehajtódott, ezért újra kell vizsgálni a feltételeket.

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

$S[1] = A[3]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=0$

$i=3$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

$S[1] = A[3]$

$a = a$ **✓**

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$i=3$

$q > 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$

$S[1] = A[3]$

$a = a$ ✓

$q = q + 1 = 1$

$q=1$



Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=3$

$q > 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$

$S[1] = A[3]$

$a = a$ ✓



$q = q + 1 = 1$

$q = m$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=2$

$q > 0$

$0 > 0$ **x**

$S[q+1] = A[i]$

$S[1] = A[3]$

$a = a$ ✓



$q = q + 1 = 1$

$q = m$

$1 = 4$ **x**

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$i=4$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$i=4$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=4$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$1 > 0$ ✓

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=4$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \stackrel{?}{\neq} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=4$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[4]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=4$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[4]$

$b \neq b$ ✗

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=4$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[4]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=4$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[4]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[2] = A[4]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=1$

$i=4$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[4]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[2] = A[4]$

$b = b$ ✓

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=4$

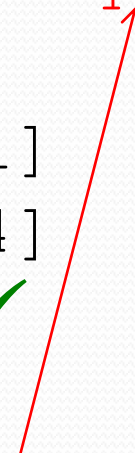
$q > 0$
 $1 > 0$ ✓

$S[q+1] \neq A[i]$
 $S[2] \neq A[4]$
 $b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[2] = A[4]$

$b = b$ ✓

$q = q + 1 = 2$



Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=4$

$q > 0$

$1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[2] \neq A[4]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[2] = A[4]$

$b = b$ ✓



$q = q + 1 = 2$

$q = m$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=4$

$q > 0$
 $1 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$
 $S[2] \neq A[4]$
 $b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[2] = A[4]$

$b = b$ ✓



$q = q + 1 = 2$

$q = m$
 $2 = 4$ ✗

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=5$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$i=5$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=5$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$2 > 0$ ✓

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=5$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \stackrel{?}{\neq} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=5$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \stackrel{?}{\neq} A[i]$

$S[3] \neq A[5]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=5$

$q > 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[3] \neq A[5]$

$a \neq a$ ✗

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=5$

$q > 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[3] \neq A[5]$

$a \neq a$ ✗

$S[q+1] \stackrel{?}{=} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=5$

$q > 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[3] \neq A[5]$

$a \neq a$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[3] = A[5]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=2$

$i=5$

$q > 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[3] \neq A[5]$

$a \neq a$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[3] = A[5]$

$a = a$ ✓

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=5$

$q > 0$
 $2 > 0$ ✓

$S[q+1] \neq A[i]$
 $S[3] \neq A[5]$
 $a \neq a$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[3] = A[5]$

$a = a$ ✓

$q = q + 1 = 3$



Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=5$

$q > 0$

$2 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[3] \neq A[5]$

$a \neq a$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[3] = A[5]$

$a = a$ ✓



$q = q + 1 = 3$

$q = m$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=5$

$q > 0$
 $2 > 0$ ✓

↓
 $S[q+1] \neq A[i]$
 $S[3] \neq A[5]$
 $a \neq a$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[3] = A[5]$

$a = a$ ✓
↓
 $q = q + 1 = 3$

$q = m$
 $3 = 4$ ✗

Példa levezetése

A: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
b a a b a b c b a a

S: **a b a b**
 1. 2. 3. 4.

$i=6$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
 1. 2. 3. 4.

$i=6$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$i=6$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$3 > 0$ ✓

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=6$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$3 > 0$ ✓



$S[q+1] \stackrel{?}{\neq} A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=6$

$q \stackrel{?}{>} 0$

$3 > 0$ ✓



$S[q+1] \stackrel{?}{\neq} A[i]$

$S[4] \neq A[6]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=6$

$q > 0$

$3 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[4] \neq A[6]$

$b \neq b$ ✗

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=6$

$q > 0$

$3 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[4] \neq A[6]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=6$

$q > 0$

$3 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[4] \neq A[6]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[4] = A[6]$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=3$

$i=6$

$q > 0$

$3 > 0$ ✓



$S[q+1] \neq A[i]$

$S[4] \neq A[6]$

$b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$

$S[4] = A[6]$

$b = b$ ✓

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=4$

$i=6$

$q > 0$
 $3 > 0$ ✓

$S[q+1] \neq A[i]$
 $S[4] \neq A[6]$
 $b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[4] = A[6]$

$b = b$ ✓

$q = q + 1 = 4$



Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=4$

$i=6$

$q > 0$
 $3 > 0$ ✓

↓
 $S[q+1] \neq A[i]$
 $S[4] \neq A[6]$
 $b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[4] = A[6]$

$b = b$ ✓

↓
 $q = q + 1 = 4$

$q = m$

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=4$

$i=6$

$q > 0$
 $3 > 0$ ✓

↓
 $S[q+1] \neq A[i]$
 $S[4] \neq A[6]$
 $b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[4] = A[6]$

$b = b$ ✓
↓
 $q = q + 1 = 4$

$q = m$
 $4 = 4$ ✓

Példa levezetése

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
A: b a a b a b c b a a

S: a b a b
1. 2. 3. 4.

$n=10$

$m=4$

$\pi = (0, 0, 1, 2)$

$q=4$

$i=6$

$q > 0$
 $3 > 0$ ✓
↓
 $S[q+1] \neq A[i]$
 $S[4] \neq A[6]$
 $b \neq b$ ✗

$S[q+1] = A[i]$
 $S[4] = A[6]$
 $b = b$ ✓
↓
 $q = q + 1 = 4$

$i - m + 1$

$q = m$
 $4 = 4$ ✓
↓
 $q = \pi[q] =$
 $= \pi[4] = 2$

"A minta illeszkedik a(z) 3. pozícióra."

Lehetne folytatni...

Az algoritmus ugyan végignézi a teljes karaktersorozatot (hiszen a for ciklus 1-től n -ig megy), de mi most az első (és amúgy is egyetlen) találatnál abbahagyjuk – a maradék 4 iterációs lépést az előbbiek alapján hasonlóképpen lehetne levezetni.