

Bevezetés a lágy számítás módszereibe

Döntések fuzzy környezetben

Közelítő következtetések

Genetikus algoritmusok és fuzzy
logika összekapcsolása

Döntési szituáció

Operációkutatásban a döntéshozatal alapproblémájának formalizálása:

1. Adott a lehetséges alternatíváknak egy jól definiált A halmaza.
2. Az A halmazon definiálunk egy célkritériumot, amely minden alternatívánál pontosan visszatükrözi a döntéshozó rangsorolását.
3. A célkritériumot megadó $g : A \rightarrow R$ valós értékű függvény esetén olyan $a^* \in A$ alternatívát kell találni, amelyre $g(a^*) \geq g(a) \quad \forall a \in A$ -ra. Az a^* az optimális döntést adja.

Gyakorlatban: több cél, több kritérium alapján kell dönteni.

Több cél, több kritérium

- egyidőben nem lehet minden kritérium szerint optimális megoldást adni \Rightarrow kompromisszumos megoldás
- ha egy alternatíva néhány kritériumnál jobb a többi alternatívánál, rendszerint a további kritériumok szerint már rosszabb \Rightarrow több alternatívapár nem hasonlítható össze a végső rendezést adó reláció alkalmazásával



többkritériumos döntéshozatalnál **több g függvény** alapján kell az alternatívákat kiértékelni

Modellek: MCDM = multiple criteria decision making

Több kritériumos döntéstámogatás

Az MCDM modellek fuzzy környezetben is alkalmazhatók

Lépések:

1. a probléma definiálása, struktúrája
2. a kritériumok megválasztása
3. az alternatívák és kritériumok kapcsolatának megadása: mátrix forma (p_{ij} : az i -edik alternatíva értékelését adja a j -edik kritérium szempontjából)
 - folytonos,
 - diszkrét adatokat felhasználó
 - iteratív
4. aggregációs eljárás választás és rendezés

Yager „max-min” módszere

- Legyen $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ az alternatívák egy véges sorozata.
- Legyen $K = \{k_1, \dots, k_m\}$ a fuzzy-kritériumoknak egy véges halmaza.
- Minden k_j kritériumhoz ($j = 1, \dots, m$) a $\mu_{k_j}(a_i)$ tartalmazási függvény megadja, hogy milyen jó az a_i alternatíva a k_j cél szempontjából.
- Legyenek g_1, \dots, g_m a kritériumok valós súlyszámai, és a súlyszámok összege legyen m .
- Képezzük $\forall k_j$ kritériumnál a következő exponenciálisan súlyozott $\sim \mu_{k_j}(x)$ tartalmazási függvényt
$$\sim \mu_{k_j}(a) = [\mu_{k_j}(a)]^{g_j} \quad \forall a \in A\text{-ra}$$

Yager „max-min” módszere

- Aggregációs műveletként a minimum műveletet választva $\forall a \in A$ alternatívánál határozzuk meg az alternatíva $\mu_D(a)$ hozzátartozási fokát a D fuzzy döntéshez:

$$\mu_D(a) = \min \sim \mu_{k_j}(a) \quad j = 1, \dots, m$$

- Az $a^* \in A$ optimális megoldásnak azon alternatívát kell választanunk, melynél $\mu_D(a)$ a legnagyobb:

$$\mu_D(a^*) = \max(\mu_D(a)) \quad \forall a \in A$$

Yager „max-min” módszere – számolási példa

alternatívák : a_1, a_2, a_3

kritériumok : k_1, k_2, k_3, k_4

Az alternatívák értékelését az egyes kritériumok szerint a következő táblázat tartalmazza:

	k_1	k_2	k_3	k_4
a_1	0,7	0,3	0,2	0,5
a_2	0,5	0,8	0,3	0,1
a_3	0,4	0,6	0,8	0,2

fuzzy értékek

A súlyok összege 4, mivel 4 kritérium van.

A kritériumok súlyai: $g_1 = 2,32$ $g_2 = 1,2$ $g_3 = 0,32$ $g_4 = 0,16$
(amelyeket pl. a kritériumok páronkénti összehasonlítása alapján állapítottunk meg)

Számítások: *aggregációs művelet* $\mu_{k_j}(a_1)^{g_1}$

$$\mu_D(a_1) = \min_{j=1,2,3,4} \mu_{k_j}(a_1) = \min\{0,44; 0,24; 0,6; 0,9\} = 0,24$$

$$\mu_D(a_2) = \min_{j=1,2,3,4} \mu_{k_j}(a_2) = \min\{0,2; 0,76; 0,68; 0,69\} = 0,2$$

$$\mu_D(a_3) = \min_{j=1,2,3,4} \mu_{k_j}(a_3) = \min\{0,12; 0,54; 0,93; 0,72\} = 0,12$$

Az optimális megoldás:

$$\begin{aligned} \mu_D(a) &= \max_{a \in A} \{ \mu_D(a_1), \mu_D(a_2), \mu_D(a_3) \} = \\ &= \max\{0,24; 0,2; 0,12\} = 0,24 \Rightarrow \mu_D(a_1) \end{aligned}$$

Tehát az a_1 alternatíva adja az optimális megoldást.

Példák a Yager max-min módszer használatára, 1. példa

Egy fuzzy rendszer egy autó **gyorsítását** határozza meg két bemenet alapján:

- (x) : sebesség
- (y) : távolság az előtte haladó autótól
- A kimenet: **gyorsítás mértéke**

Adott fuzzy halmazok (tagsági értékek)

Egy konkrét mérésnél:

Változó	Halmaz	Tagság
Sebesség	lassú	0,3
Sebesség	gyors	0,7
Távolság	kicsi	0,4
Távolság	nagy	0,8

Szabálybázis

- **R1:** Ha sebesség lassú ÉS távolság nagy \rightarrow gyorsítás nagy
- **R2:** Ha sebesség gyors ÉS távolság kicsi \rightarrow gyorsítás kicsi
- **R3:** Ha sebesség lassú ÉS távolság kicsi \rightarrow gyorsítás közepes

Megoldás (Yager max–min módszer)

- **1. Szabályok aktivációja (min operátor)**
 - **R1:** $\min(0,3; 0,8) = 0,3$
 - **R2:** $\min(0,7; 0,4) = 0,4$
 - **R3:** $\min(0,3; 0,4) = 0,3$

Változó	Halmaz	Tagság
Sebesség	lassú	0,3
Sebesség	gyors	0,7
Távolság	kicsi	0,4
Távolság	nagy	0,8

2. Kimeneti fuzzy halmazok összesítése (max operátor)

- „gyorsítás nagy” $\rightarrow 0,3$
- „gyorsítás kicsi” $\rightarrow 0,4$
- „gyorsítás közepes” $\rightarrow 0,3$

3. Eredmény (aggregált fuzzy kimenet)

A végső fuzzy kimenet:

Kimeneti halmaz	Tagság
kicsi	0,4
közepes	0,3
nagy	0,3

Értelmezés:

- A **domináns kimenet**: *kicsi gyorsítás* (0,4)
- Tehát az autó **inkább nem gyorsít jelentősen**
- ÉS kapcsolat $\rightarrow \min$
- Szabályok egyesítése $\rightarrow \max$
- Minden szabály külön számolandó
- A végén nem egy szám, hanem egy fuzzy halmaz jön ki

2. példa: Ösztöndíjra való alkalmasság fuzzy értékelése

Egy hallgató alkalmasságát két bemenet alapján értékeljük:

- (x): tanulmányi eredmény
- (y): közösségi aktivitás

Adott tagsági értékek:

Bemenet	Fuzzy halmaz	Tagsági érték
Tanulmányi eredmény	jó	0,8
Tanulmányi eredmény	kiváló	0,6
Közösségi aktivitás	közepes	0,7
Közösségi aktivitás	magas	0,5

Szabálybázis:

- (R1): Ha a tanulmányi eredmény **jó** ÉS az aktivitás **magas**, akkor az alkalmasság **közepes**.
- (R2): Ha a tanulmányi eredmény **kiváló** ÉS az aktivitás **közepes**, akkor az alkalmasság **magas**.
- (R3): Ha a tanulmányi eredmény **kiváló** ÉS az aktivitás **magas**, akkor az alkalmasság **nagyon magas**
- **1. szabály aktivációja:** $R1 = \min(0,8; 0,5)=0,5$
- **2. szabály aktivációja:** $R2 = \min(0,6; 0,7)=0,6$
- **3. szabály aktivációja:** $R3 = \min(0,6; 0,5)=0,5$

Bemenet	Fuzzy halmaz	Tagsági érték
Tanulmányi eredmény	jó	0,8
Tanulmányi eredmény	kiváló	0,6
Közösségi aktivitás	közepes	0,7
Közösségi aktivitás	magas	0,5

Aggregált kimeneti fuzzy halmaz:

Kimeneti halmaz	Aktiváció
közepes	0,5
magas	0,6
nagyon magas	0,5

Yager max–min döntés:

- A legnagyobb aktiváció: $\max(0,5; 0,6; 0,5)=0,6$
- Ez a **magas alkalmasság** fuzzy halmazhoz tartozik.

Az eredmény értelmezése:

A hallgató ösztöndíjra való alkalmassága a Yager max–min módszer szerint: 0,6

A domináns kimeneti kategória: **magas alkalmasság.**

Közelítő következtetések

Esettanulmány: Vállalati hitelképesség vizsgálata

A vállalat hitelképességét több olyan szempont, kritérium alapján határozza meg a bank, melyek fuzzy halmazokkal jellemezhetők és az eredményt a fuzzy logika módszereivel határozza meg.

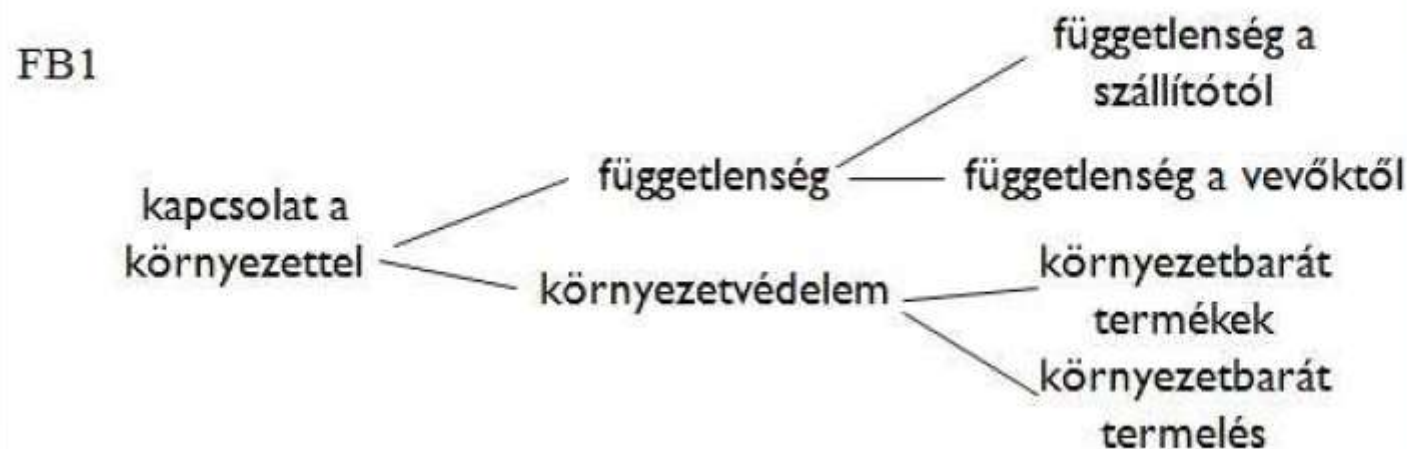
1. megközelítés:

- 28 kritérium - hitelképesség
- kritériumok hierarchikus struktúrába rendezése - 50 kérelmező adatai alapján
- 14 fuzzy-logika-művelet kombinálásával összesítették a kritériumok értékeit egy közös, a hitelképességet kifejező értékbe
- vizsgálatok \Rightarrow a feladat nagyon összetett, az eredmény a műveletek választása mellett függ a kritériumok súlyozásától és a kritériumérték definiálásától

Vállalati hitelképesség vizsgálata

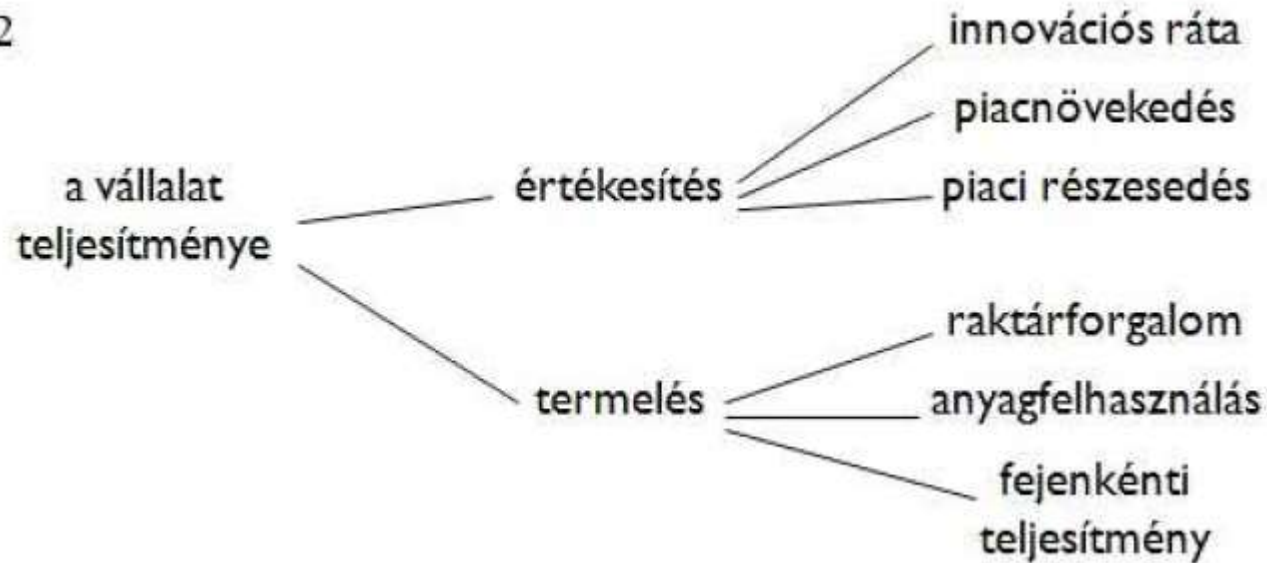
2. megközelítés:

- szabályok felírása \Rightarrow fuzzy szakértői rendszer a hitelképesség fokának meghatározására
- 31 kritérium
- kritériumok közti hierarchia meghatározása
- a 3 szintű kritériumstruktúra elemei közt a kapcsolatot szabályokkal írták le

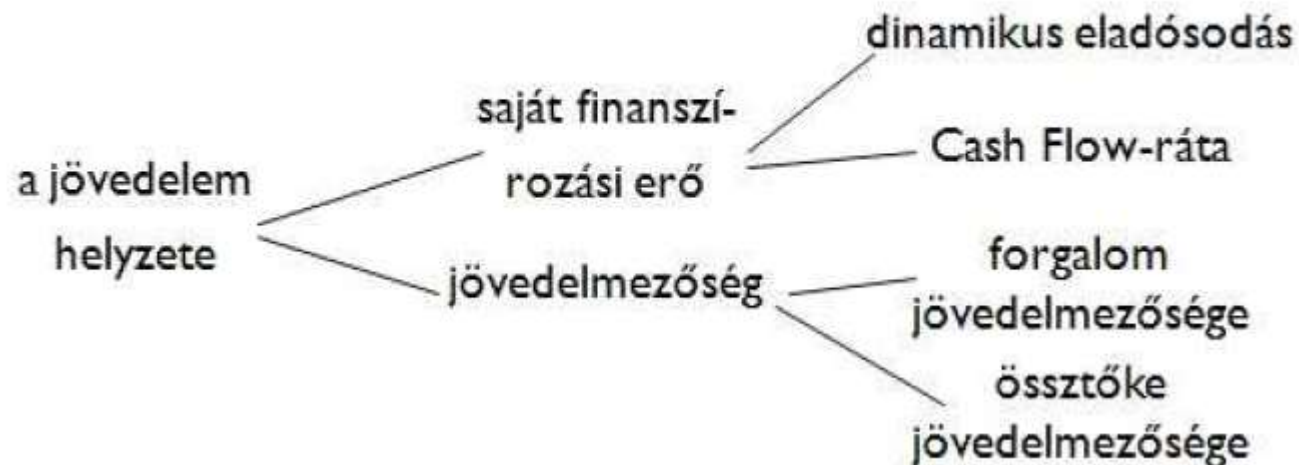


Összefüggések 2, 3

FB2

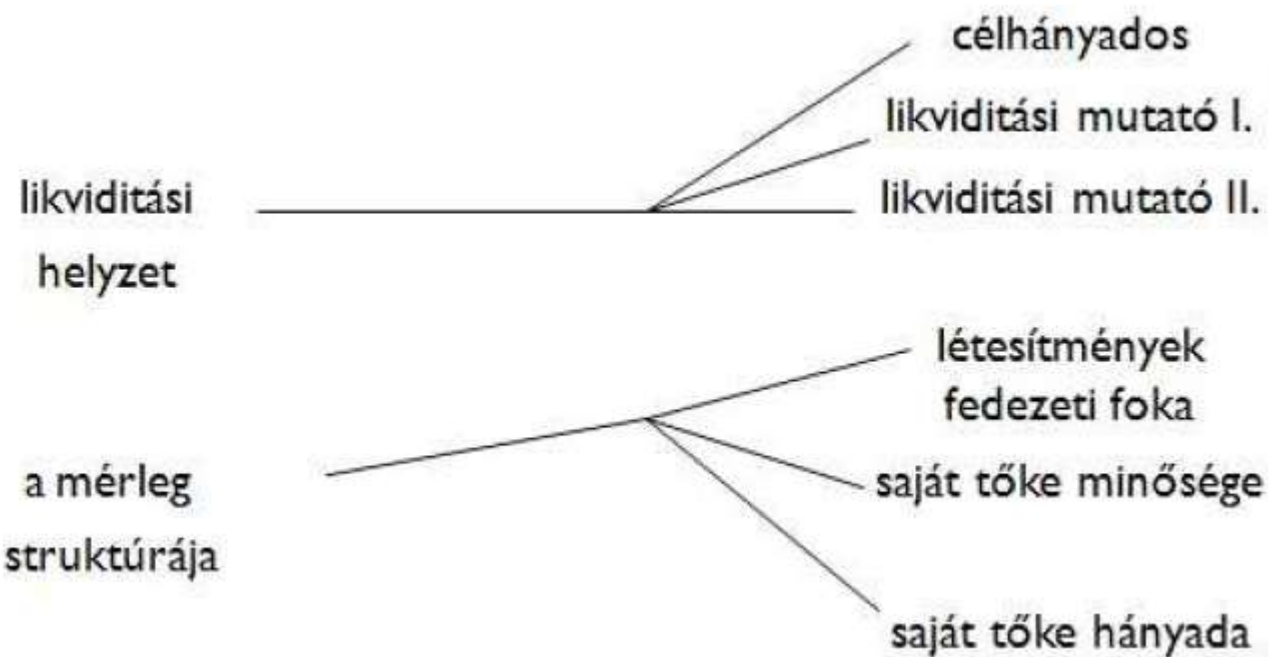


FB3



Összefüggések 4

FB4



Cash Flow ráta, dinamikus eladósodás foka

A Cash Flow rátát osztályzatokkal és nyelvi változókkal a következőképp definiálták:

CF-ráta	Osztályzat	Nyelvi változó
0%-2%	6	rossz
2%-4%	5	(erős rizikó)
4%-6%	4	közepes
6%-8%	3	(közepes rizikó)
8%-10%	2	jó
>10%	1	(csekély rizikó)

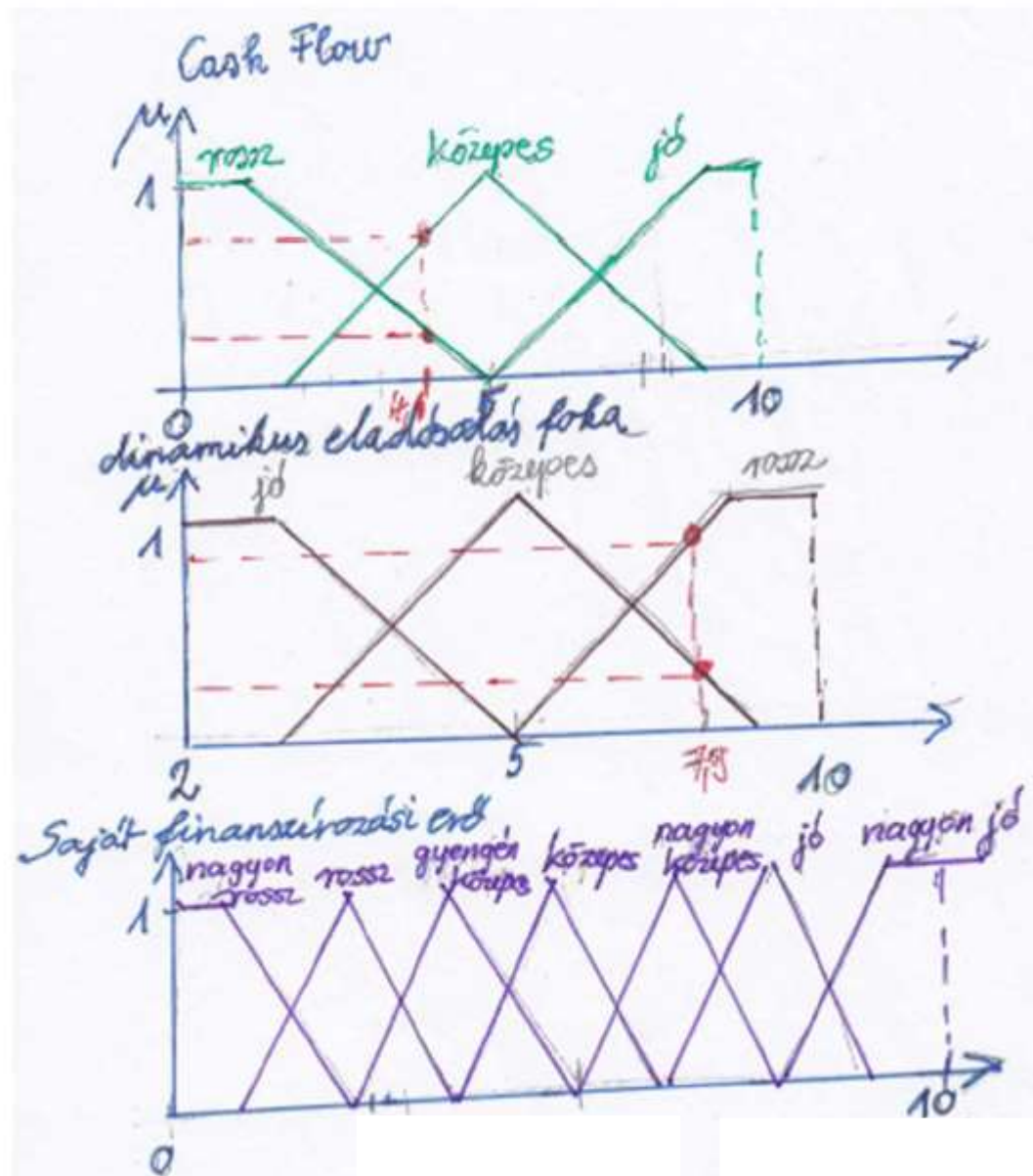
A dinamikus eladósodás fokát (DEF) hasonlóan definiálták:

DEF (évek)	Osztályzat	Nyelvi változó
>10	6	rossz
8-10	5	
6-8	4	közepes
4-6	3	
2-4	2	jó
2>	1	

Szabályok

Szabály	CF-ráta	DEF	Saját finanszírozási erő
1	Rossz	Rossz	(nagyon) rossz
2	Rossz	Közepes	rossz
3	Rossz	Jó	(gyengén) közepes
4	Közepes	Rossz	rossz
5	Közepes	Közepes	közepes
6	Közepes	Jó	(nagyon) közepes
7	Jó	Rossz	(gyengén) közepes
8	Jó	Közepes	jó
9	Jó	Jó	(nagyon) jó

Fuzzy halmazok használata



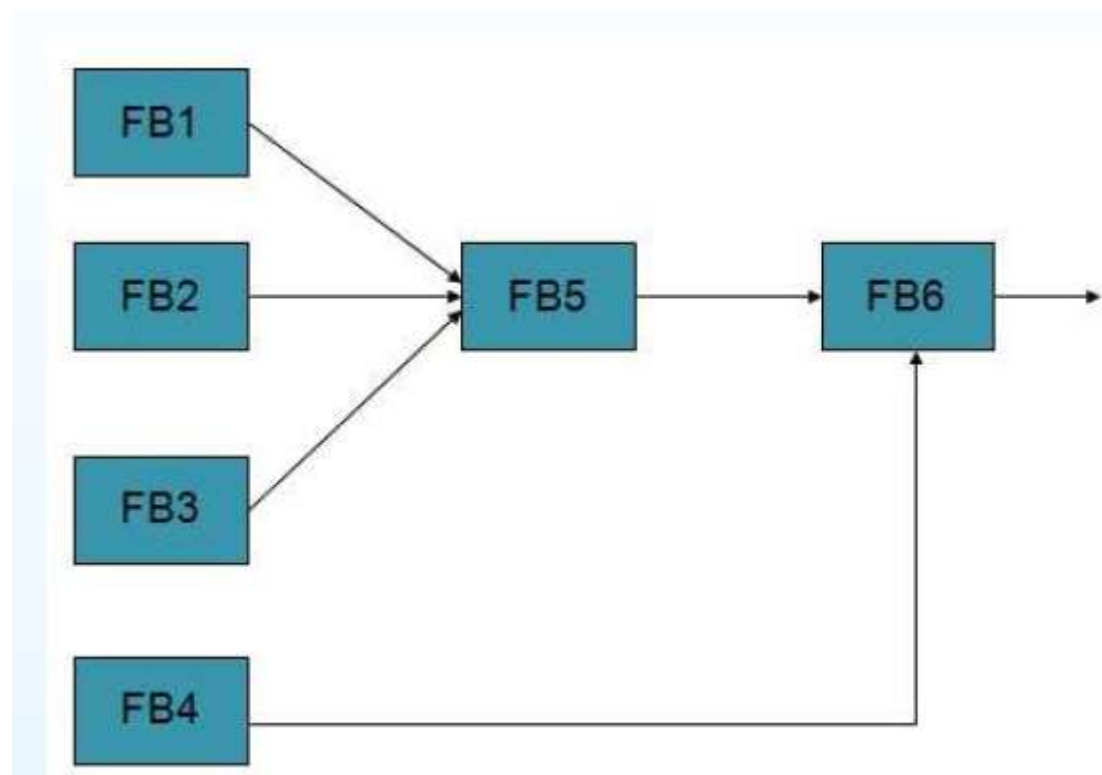
Vállalati hitelképesség vizsgálata

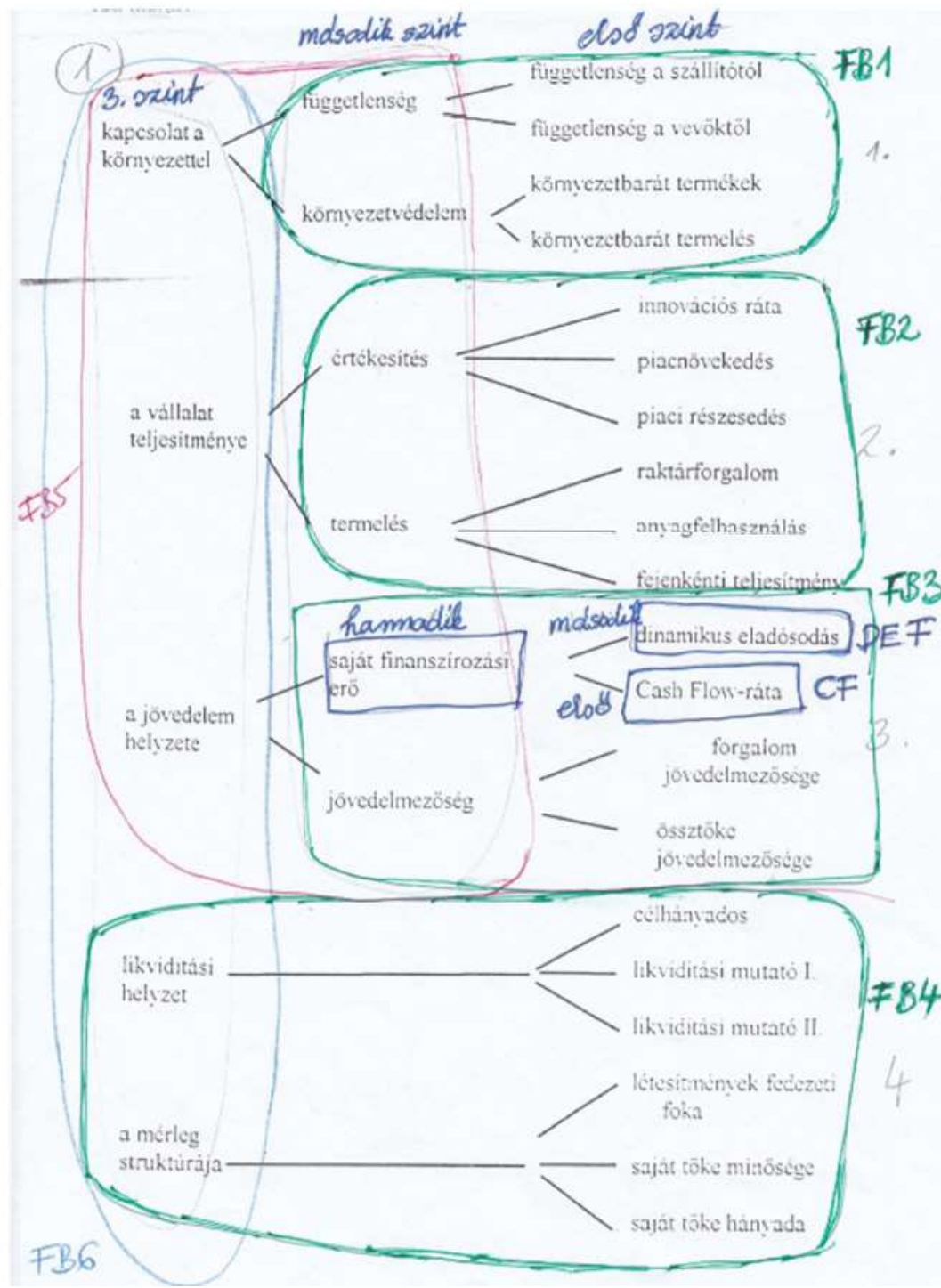
A működés lényege: Ha az első szinten nemcsak a CF-ráta és a DEF, hanem a többi kritérium értéke is rendelkezésre áll, akkor a rendszer párhuzamosan vizsgálva minden kritériumot, **adatvezérelt következtetéssel** végrehajtva a szabályokat, folyamatosan aggregálja a nyelvi változók értékeit, végül egy közös értékbe.

Mivel 31 kritériummal kell dolgozni és ezek adott **hierarchia** szerint kapcsolódnak egymáshoz, blokkokba csoportosítva célszerű a fuzzy kritériumokat feldolgozni.

Egy lehetséges csoportosítása a kritériumoknak legyen pl. az $FB1, FB2, \dots, FB6$.

Vállalati hitelképesség vizsgálata





Vállalati hitelképesség vizsgálata

FB1 input: függetlenség a szállítótól, függetlenség a vevőktől, környezetbarát termékek, környezetbarát termelés.

output: függetlenség, környezetvédelem.

FB2 input: innovációs ráta, piac növekedése, piaci részesedés, raktárforgalom, anyagfelhasználás, fejenkénti teljesítmény.

output: értékesítés, termelés.

FB3 input: dinamikus eladósodás foka, Cash Flow-ráta, forgalom jövedelmezősége, osztóke jövedelmezősége.

output: saját finanszírozási erő, jövedelmezőség.

FB4 input: célhányados, likviditási mutató I., likviditási mutató II., létesítmények fedezeti foka, saját tőke minősége, saját tőke hányada

output: likviditási helyzet, a mérleg struktúrája.

FB5 input: függetlenség, környezetvédelem, értékesítés, termelés, saját finanszírozási erő, jövedelmezőség.

output: kapcsolat a környezettel, a vállalat teljesítménye, a jövedelem helyzete.

FB6 input: kapcsolat a környezettel, a vállalat teljesítménye, a jövedelem helyzete, likviditási helyzet, a mérleg struktúrája.

output: hitelképesség foka.

Vállalati hitelképesség vizsgálata

Nézzük a szabályok működését pl. az A vállalat esetén:

Vállalat	CF-ráta	DEF
A	4.1%	7.9 év
B	7.9%	4.1 év
C	3.9%	4.1 év

A 4.1%-os érték a CF-ráta rossz és közepes nyelvi változóit különböző mértékben aktivizálja.

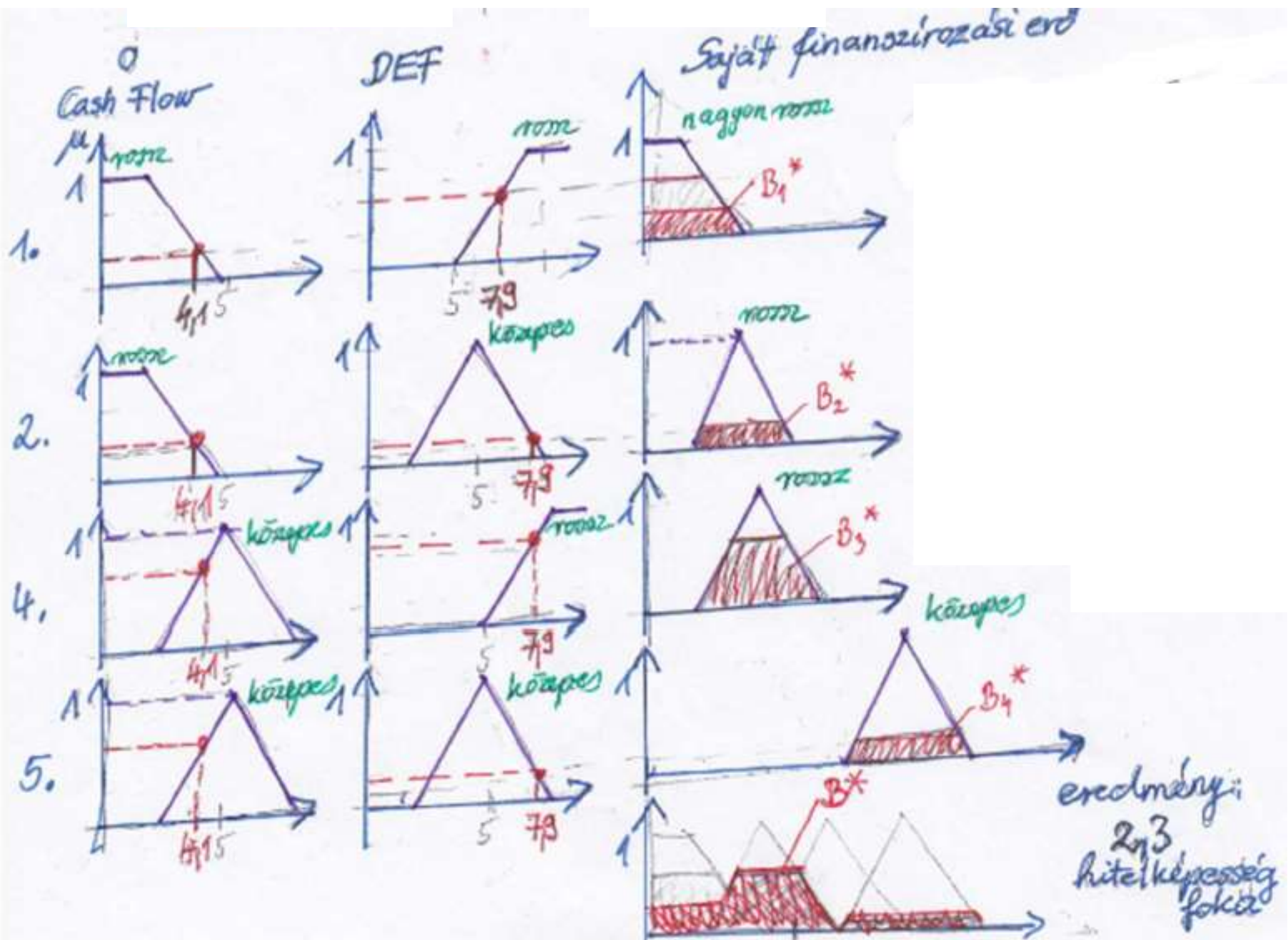
A 7.9 év a DEF közepes és rossz nyelvi változóit aktivizálja.

E változók az 1., 2., 4. és 5. szabályt egyszerre aktivizálják és a közös, aggregált eredményt a saját finanszírozási erő nagyon rossz, rossz és közepes nyelvi változók különbözőképp aktivizált halmazainak együttese lesz.

Az aktivizálás mértékét a nyelvi változók tartalmazási függvényei befolyásolják. Pl. a DEF közepes nyelvi változója a 7.9 értéknél a 0.43 tartalmazási függvény értéket veszi fel.

Így a szabály konklúziójában található nyelvi változó görbáját minden ponton 0.43-mal szorozza.

Az eredmény-defuzzifikálás egyetlen értéket jelöl ki végeredménynek.



Vállalati hitelképesség vizsgálata

Eredmények:

Az eredmények fuzzy halmazai jól szemléltetik, hogy a három vállalat saját finanszírozási ereje **különbözőképpen aktivizált halmazokból számolható és defuzzifikálással összehasonlítható** eredményeket kapunk:

Vállalat	Eredmény	Eredmény nyelvi változókkal
A	2.3	rossz-közepes
B	4.8	közepes-jó
C	3.4	közepes

Az eredmény csak egy részeredmény a teljes rendszerben. Hasonló módon minden blokkot felírva, ill. előtte minden kritériumot definiálva, a rendszer a kiszámolt értékeket rendre továbbítja a következő blokk felé, és az utolsó, FB6 blokk pedig a végeredményt, a **hitelképesség fokát szolgáltatja.**

Fuzzy genetikus algoritmusok

A genetikus algoritmusok fuzzifikálása révén lehetőség nyílik arra, hogy **bizonytalanságot vigyünk a rendszerbe**, megjelenítsük az adatokban rejlő hiányt, pontatlanságot, hibát.

Két lehetőség a **genetikus algoritmusok fuzzifikálására**:

- A kromoszómák génelemeit és az ehhez kapcsolódó kódolást fuzzifikáljuk;
- A kromoszómákon végzett műveleteket fuzzifikáljuk.

A két módszert együttesen is lehet alkalmazni.

Kódolás fuzzifikálása

Klasszikus genetikus algoritmusok esetén leginkább bináris kódolást használunk.

Ekkor a gének elemei a $\{0,1\}$ halmaz elemei közül kerülnek ki.

Ekkor a fuzzifikálás azt jelenti, hogy a gének halmazát kiterjesztjük a teljes $[0,1]$ intervallumra.

Pl.: $y=x^2-5x$ függvény minimumát keressük a $[0,15]$ intervallumban

$$y=x^2-5x$$

Klasszikus genetikus algoritmus alkalmazása esetén az intervallumot annak egész pontjaival közelítjük $\{0,1,2,\dots,15\}$

Ezeket a számokat kódoljuk mint bináris számokat négy gént tartalmazó kromoszómákban.

Fitneszfüggvénynek maga a függvény is tekinthető.

Az algoritmus nagy valószínűséggel néhány lépésen belül meg fogja találni a minimumhelyet legjobban közelítő 2 vagy 3 értéket.

A fuzzifikált génértékek nemcsak egész értékeket vehetnek fel, hanem racionális tört számokat is képesek leszünk kódolni.

Pl. $\langle 0.1, 1, 0.5, 0.6 \rangle$ kromoszóma a

$$0.1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0.5 \cdot 2^1 + 0.6 \cdot 2^0 = 6.4\text{-et reprezentálja}$$

A pontos minimumhely (2.5) megtalálható.

A kromoszómákat 4 génből építjük fel:

Egész	Bináris kód
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

A fuzzy genetikus algoritmusok használata azt bizonyítja, hogy ezek a módszerek **hatékonyak**, **robosztusak** és sokszor eredményesebben alkalmazhatóak, mint a hagyományos genetikus algoritmusok.