Számítógépes döntéstámogatás

Diszkrét folyamatok analízise, szimuláció

Werner Ágnes

Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék

e-mail: wernera@almos.uni-pannon.hu

Diszkrét eseményű rendszermodellek megoldása

DES modellek megoldása – probléma

Elvi problémakitűzés

Adott:

- a diszkrét eseményű rendszer modelljének *formális leírása* (automata, Petri háló)
- *kezdeti állapot(ok)*
- *külső események*: rendszer inputok

Kiszámítandó:

- a *belső (állapot és kimenet) események szekvenciája*

A megoldás **algoritmikus**!   **A feladat NP-nehéz**!

Petri háló modellek – elérhetőségi gráf

Megoldás: jelölés (rendszerállapot) szekvenciák
elérhetőségi gráf (fa) (súlyozott irányított gráf)

- *csúcsok*: jelölések
- *élek*: ha van átmenet, aminek tüzelése összeköti őket
- *élsúlyok*: az átmenet és a külső események

Előállítás:

1. *start*: az adott kezdeti jelölés
2. *új csúcs hozzávétele*: az egyik engedélyezett átmenet tüzelésével (input hatása is!)

Lehet NP-nehéz (konfliktushelyzet vagy nem véges működés esetén)

Petri háló modellek állapottere

Állapotvektor: jelölés a *belső* helyeken
ki- és be-foka legalább 1

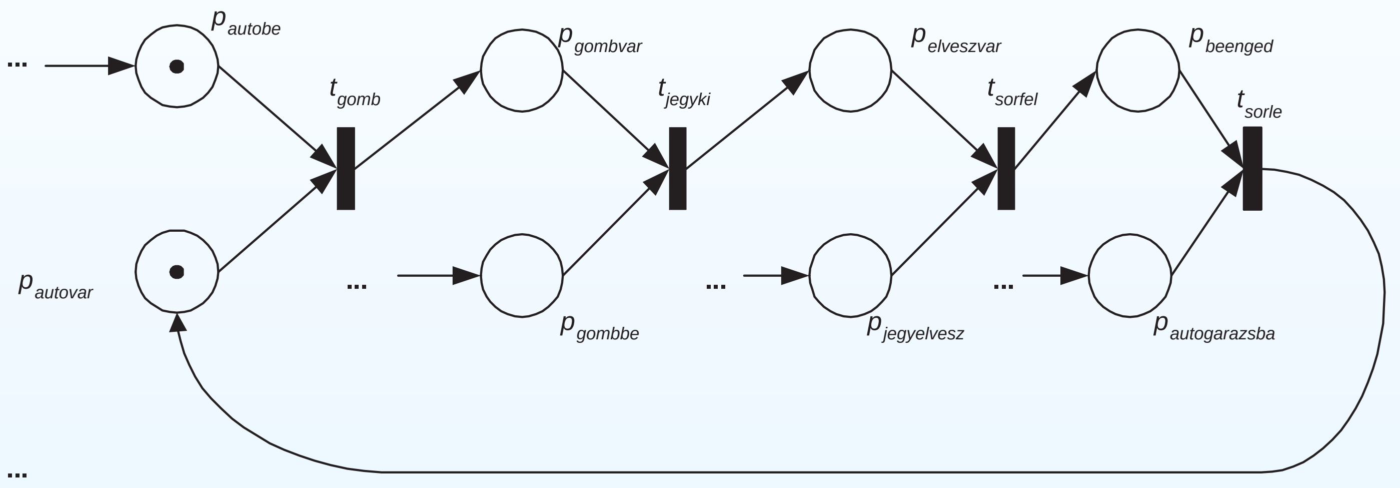
$$x(k) \quad \sim \quad \underline{\mu}_x^{(k)}$$

Bemenetek: jelölés az *input* helyeken
be-foka nulla

$$u(k) \quad \sim \quad \underline{\mu}_u^{(k)}$$

Példa: parkológarázs kapu

Petri háló modell

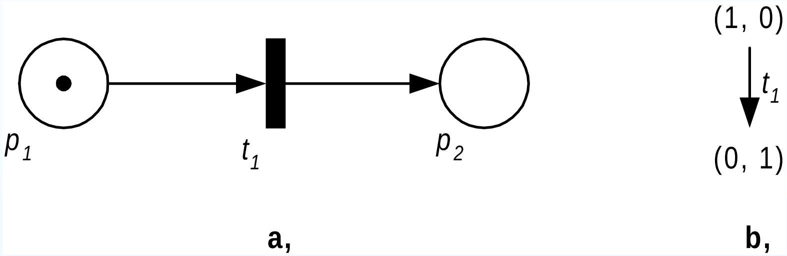


$$\underline{\mu}_x^T = [\mu_{autovar}, \mu_{gombvar}, \mu_{elveszvar}, \mu_{beenged}]$$

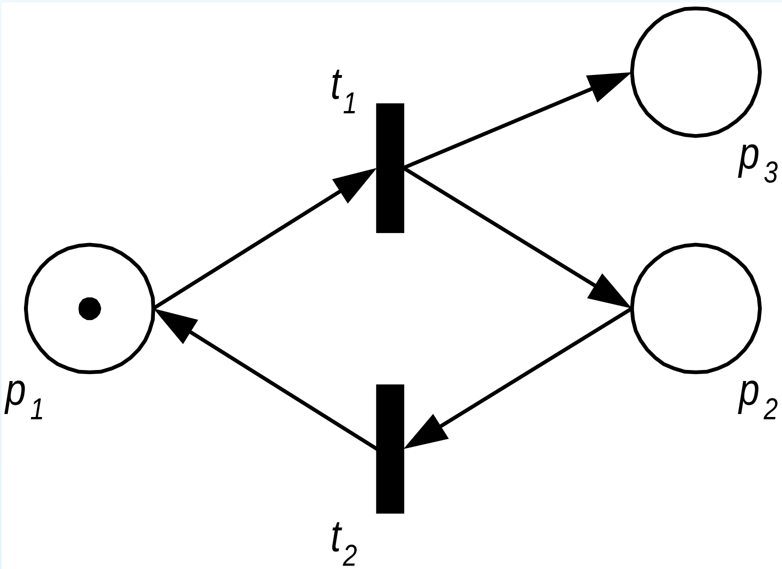
$$\underline{\mu}_u^T = [\mu_{autobe}, \mu_{gombbe}, \mu_{jegyelevesz}, \mu_{autogarazsba}]$$

Elérhetőségi gráfok

Véges eset

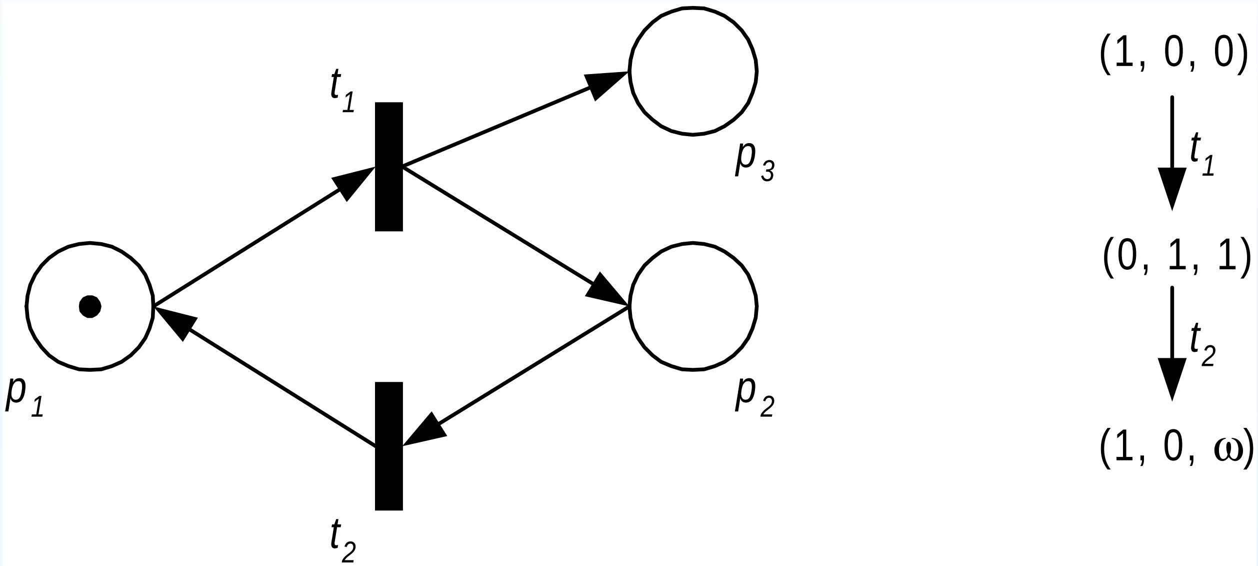


Nem véges eset



Nem véges elérhetőségi gráf

Redukció: az ω szimbólummal



Diszkrét eseményű rendszermodellek analízise

Petri háló modellek analízise

Dinamikus tulajdonságok

- *viselkedési* (kezdeti állapot függő)
- *szerkezeti (struktúrális)* (csak a szerkezeti gráftól függ)

Viselkedési tulajdonságok

- *elérhetőség* (lefedhetőség, irányíthatóság)
- *holtpontok*, élőség
- *korlátosság*, biztonságosság
- (jelzőpont) megmaradás

Szerkezeti tulajdonságok

- *hely és átmenet invariánsok*: ciklikus viselkedés

Petri háló modellek elérhetősége

Elérhetőség fogalma

- adott *[kezdeti állapot* ($\underline{\mu}^{(I)}$)*, végállapot* ($\underline{\mu}^{(F)}$)*]* párhoz
- *létezik-e egy tüzelési sorozat*, úgy, hogy

$$\underline{\mu}^{(I)}[t_{j0} > \underline{\mu}^{(1)}[t_{j1} > ...[t_{jk} > \underline{\mu}^{(F)}$$

Lefedhetőség fogalma:

$$\underline{\mu}'' \geq \underline{\mu}' \quad \Leftrightarrow \quad \forall i: \ \mu_i'' \geq \mu_i'$$

Azonos a közönséges elérhetőség (irányíthatóság) fogalommal

Petri hálók korlátossága

Korlátossággal kapcsolatos tulajdonságok

- *végesség (korlátosság)*: minden kezdőállapotra korlátos-e a jelzőpontok száma?
- *biztonságosság*: a korlát minden helyen 1

Értelmezhető (vizsgálható) **az egész hálóra** vagy **a helyek egy adott csoportjára**

Megmaradási (konzervatív) Petri háló: a jelzőpontok száma állandó (erőforrás-megmaradás)

Petri hálók élősége

Élőség fogalma: egy adott kezdőállapotból

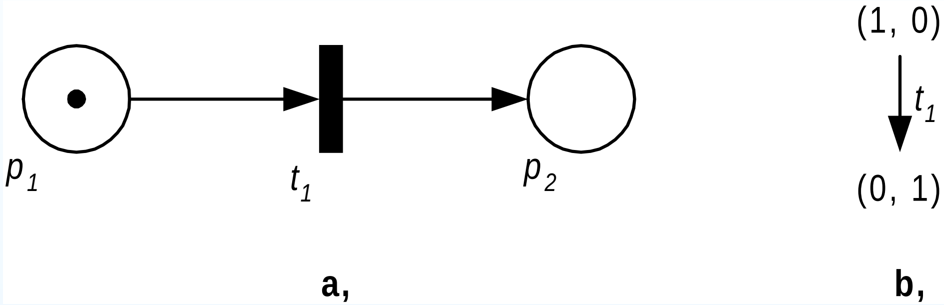
- *átmenetre*: van-e olyan állapot-sorozat, melynél az átmenet aktív?
- *átmenetek halmazára*, teljes hálóra

Holtpont: nem szándékolt jelölés, amelyben nincs engedélyezett átmenet **Holtpont mentesség**: minden

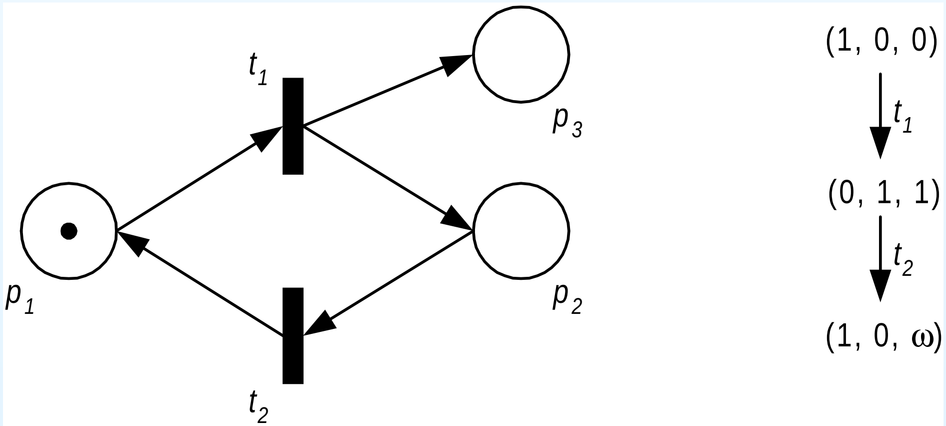
állapotban legalább egy tranzíció tüzelhető

Petri háló modell példák

Holtpont: a $(0, 1)$ jelölés



Nem korlátos hely: p_3



Petri háló modellek dinamikus analízisének módszerei

Viselkedési tulajdonságok vizsgálata

- megkonstruáljuk az *elérhetőségi gráfot*
- a definíciónak megfelelően *keresünk* a gráf csúcsain
- lehet *NP-nehéz*

Problémák:

- ciklikus viselkedés
- nem korlátos helyek

Petri háló modellek dinamikus analízisének módszerei

Szerkezeti tulajdonságok

- megkonstruáljuk a Petri háló gráfjának *előfordulási mártixát*

$$H \in \mathbb{R}^{|P| \times |T|}$$

- *lineáris egyenletrendszer* megoldását igénylik
- *polinomiális idejű*, gyakorlatban korlátozott fontosságú

Előfordulási mátrix elemei: (hurok-mentes hálóra)

$$h_{ij} = w(p_i, t_j) = \begin{cases} > 0 & \text{ha} \quad p_i \quad \text{elofeltetel} \\ < 0 & \text{ha} \quad p_i \quad \text{kovetkezmeny} \end{cases}$$

Hely és átmenet invariánsok

Hely invariáns: megmaradási hely-halmaz $P_{INV} \subseteq P$ meghatározása: a

$$z^T H = \underline{0}^T \quad , \quad z \in \mathbb{R}^{|P|}$$

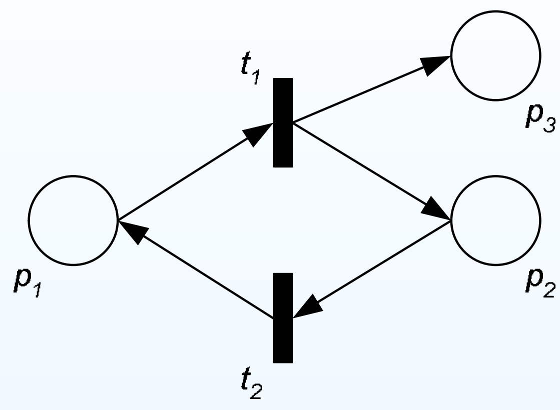
egyenlet nem-triviális megoldásainak megkeresésével (z indikátor)

Átmenet invariáns: adott kezdőállapotba visszavivő $T_{INV} \subseteq T$ átmenet-halmaz meghatározása:

$$Hv = \underline{0} \quad , \quad v \in \mathbb{R}^{|T|}$$

egyenlet nem-triviális megoldásainak megkeresésével (v indikátor)

Hely és átmenet invariánsok – Példa



Hely-invariáns:

$$[\, z_1 \; z_2 \; z_3 \,] \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = [\, 0 \; 0 \,] \quad \Rightarrow \quad z_1 = z_2$$

Átmenet-invariáns: p_3 nélkül !!

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_2$$

Diszkrét eseményű rendszermodellek szimulációja

Petri hálók szimulációja

- A rendszer lehetséges trajektóriáinak vizsgálata
- petri háló állapota: token eloszlás (jelölés)
  - állapotváltás = tüzelés
  - trajektóriák az állapottérben = tüzelési szekvenciák
- Petri háló nemdeterminisztikus
  - a nem-determinizmust is modellezni kell
  - valódi véletlen generálásra van szükség
  - állapottér bejárása