

PANNON EGYETEM, Veszprém

Villamosmérnöki és Információs Rendszerek

Tanszék



Digitális Rendszerek és Számítógép Architektúrák (Levelező BSc)

1. előadás: Boole-algebra, logikai függvények

Előadó: Dr. Vörösházi Zsolt

voroshazi.zsolt@virt.uni-pannon.hu

Jegyzetek, segédanyagok:

- Könyvfejezetek:

- <http://www.uni-pannon.vein.hu>



- Oktatás → Tantárgyak → Digitális Rendszerek és Számítógép Architektúrák (Levelező BSc Képzés)

- ([chapter01.pdf](#))

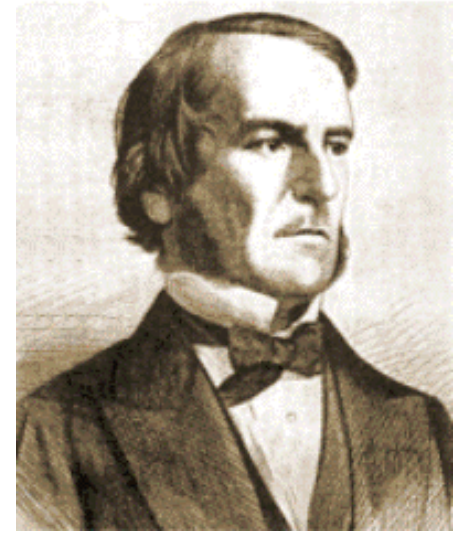
- Fóliák, óravázlatok .ppt (.pdf)

- Feltöltésük folyamatosan

További ajánlott irodalom

-  Dr. Holczinger, Dr. Göllei. Dr. Vörösházi:
Digitális Technika I. (TAMOP 4.1.2A - 2012) :
[Digitális technika I TAMOP](#)
-  Dr. Holczinger, Dr. Göllei. Dr. Vörösházi:
Digitális Technika II. (TAMOP 4.1.2A - 2013) :
[Digitális technika II TAMOP](#)

Boole-algebra



(1815-1864)

- Logikai operátorok algebrája
- George Boole: először mutatott hasonlóságot az általa vizsgált logikai operátorok és a már jól ismert aritmetikai operátorok között.
- HW tervezés alacsonyabb absztrakciós szintjén rendkívül fontos szerepe van. (Specifikáció + egyszerűsítés)

Boole algebra elemei:

- A vizsgált 3 alpművelet: AND, OR, NOT
 - Tulajdonságaik (AND, OR esetén):
 - Kommutatív: $A+B=B+A$, $A \cdot B=B \cdot A$
 - Asszociatív: $A+(B+C)=(A+B)+C=A+B+C$
 $A \cdot (B \cdot C)=(A \cdot B) \cdot C=A \cdot B \cdot C$
 - Disztributív: $A \cdot (B+C)=A \cdot B+A \cdot C$,
 $A+(B \cdot C)=(A+B) \cdot (A+C)$
 - Operátor **precedencia** (csökkenő sorrendben):
 - NOT
 - AND
 - OR
- átzárójelezhetőség!

Boole algebrai azonosságok!

$$1.) \overline{\overline{A}} = A$$

NOT

$$2.) A + 0 = A$$

$$3.) A + 1 = 1$$

$$4.) A + A = A$$

$$5.) A + \overline{A} = 1$$

OR

$$6.) A \cdot 1 = A$$

$$7.) A \cdot 0 = 0$$

$$8.) A \cdot A = A$$

$$9.) A \cdot \overline{A} = 0$$

AND

$$10.) A + A \cdot B = A \quad *$$

$$11.) A \cdot (A + B) = A \quad *$$

Elnyelési
tul.

$$12.) A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$$

$$13.) (A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$$

$$14.) A + \overline{A} \cdot B = A + B \quad *$$

$$15.) A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$$

De-Morgan azonosságok:

$$18.) \overline{\overline{A + B}} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$19.) \overline{\overline{A \cdot B}} = \overline{A} + \overline{B}$$

DUAL
ITÁS

Boole-algebrai azonosság igazolása igazságtáblával

■ Pl: De Morgan

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

A	B	A·B	NOT (A·B)
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Dualitás elve

A	B	NOT A	NOT B	NOT(A) + NOT(B)
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

■ Példa: egyszerűsítésre

$$\overline{A \cdot (B + C \cdot (B + \overline{A}))} = \overline{A} + \overline{B}$$

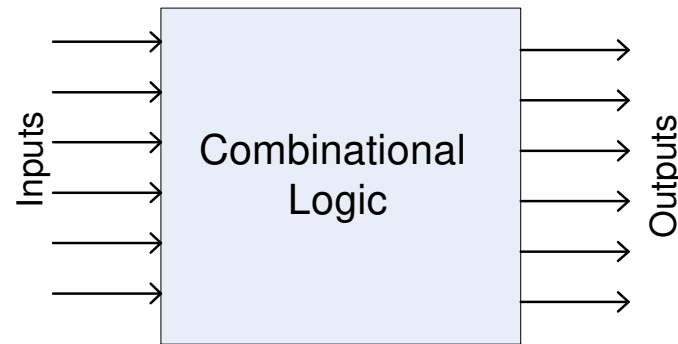
Logikai hálózatok csoportosítása

Ismétlés: Ezek alapján kétféle hálózatot különböztetünk meg:

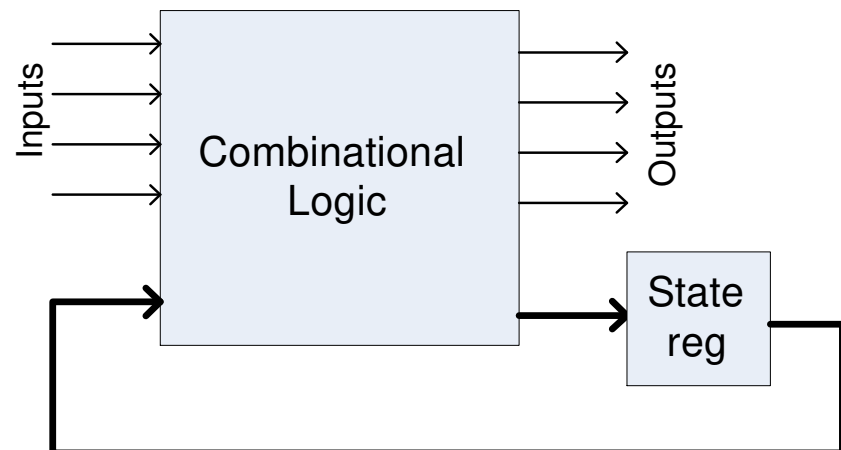
- **(K.H.) Kombinációs logikai hálózat**ról beszélünk: ha a mindenkori kimeneti kombinációk létrehozásához *elég a bemeneti kombinációk* pillanatnyi értéke.
- **(S.H.) Sorrendi (szekvenciális) logikai hálózat**ról beszélünk: ha a mindenkori kimeneti kombinációt, nemcsak *a pillanatnyi bemeneti kombináció*, hanem *a korábban fennállt bementi kombinációk* és azok sorrendje is befolyásolja. (A *szekunder kombinációk* segítségével az ilyen hálózatok képessé válnak arra, hogy az ugyanolyan bemeneti kombinációkhoz **más-más kimeneti** kombinációt szolgáltatassanak, attól függően, hogy a bemeneti kombináció fellépésekor, milyen értékű a szekunder kombináció)

Kombinációs vs sorrendi hálózatok:

- Kombinációs hálózat:



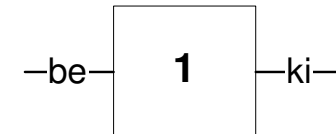
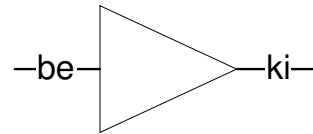
- Sorrendi hálózat:



Egyváltozós logikai függvények:

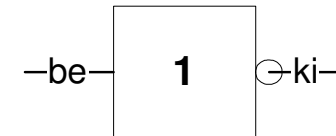
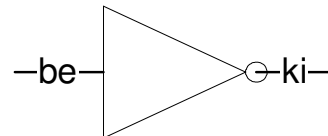
■ Jelmásoló (jel-erősítés):

be	ki
0	0
1	1



■ Negálás - Inverter (NOT):

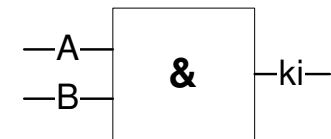
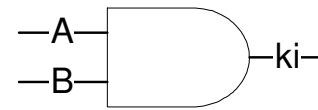
be	ki
0	1
1	0



Kétváltozós logikai függvények:

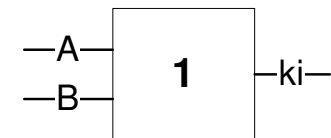
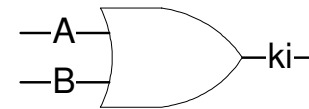
■ ÉS (AND):

A	B	ki
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



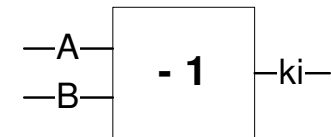
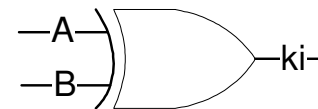
■ VAGY (OR):

A	B	ki
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



■ Antivalencia (XOR):

A	B	ki
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

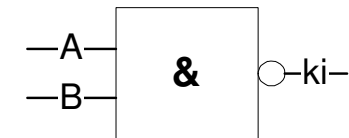
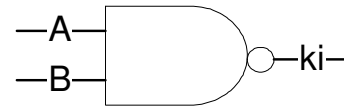


Kétváltozós log.függv. (folyt.):

■ NEM-ÉS (NAND):

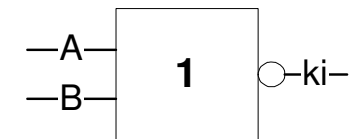
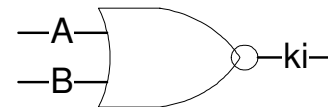
A	B	ki
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Univerzálisan teljes rendszert a NAND illetve NOR függvény alkot!



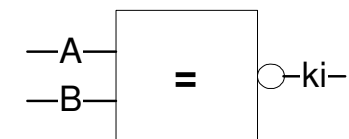
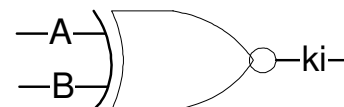
■ NEM-VAGY (NOR):

A	B	ki
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

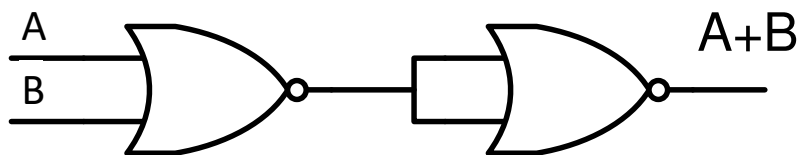
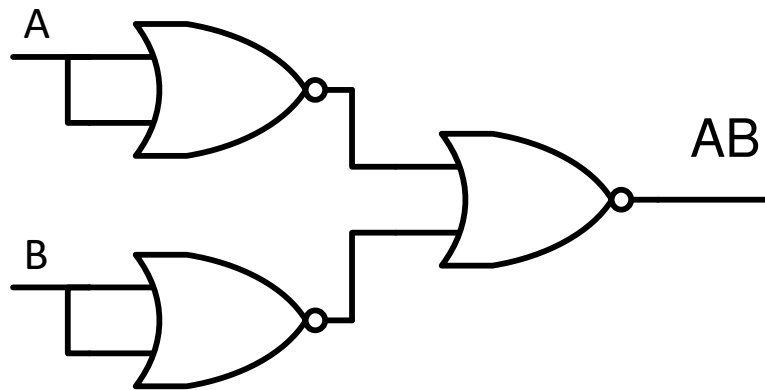
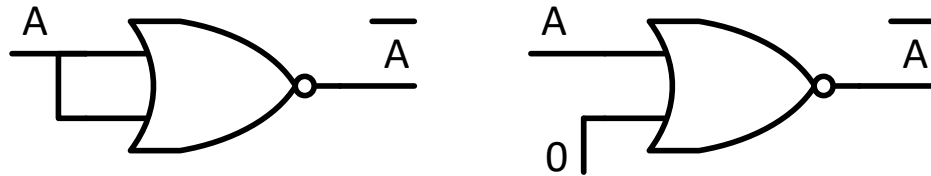


■ Ekvivalencia (NXOR):

A	B	ki
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Funkcionális teljesség: példák

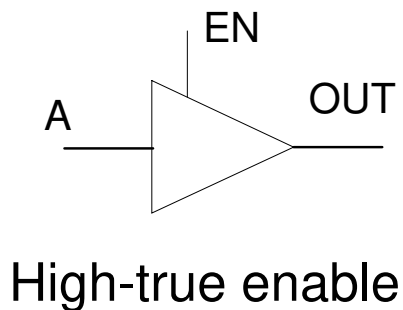


Funkcionálisan teljes vagy univerzális áramköri alapelemek:
Logikai hálózatok esetén a CMOS NAND, illetve NOR kapu.

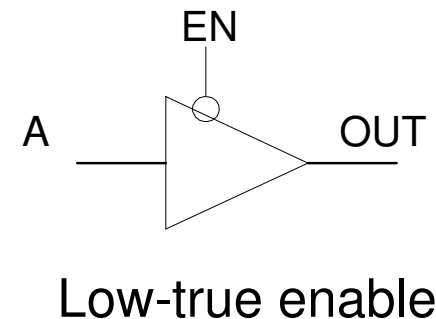
(Aritmetikai egységek esetén esetében ilyen univerzális építőelem az összeadó.)

Tri-State Buffer:

- buszok esetén használatos: kommunikációs irány változhat
 - Driver: egyirányú kommunikációra
 - Transceiver: kétirányú kommunikációra
- 3 állapota lehet:
 - magas: '1'
 - alacsony: '0' (normál TTL szintek)
 - nagy impedanciás állapot: 'Z' – mindkét kimeneti tranzisztor zár



A	EN	OUT
0	1	0
1	1	1
X	0	Z



Smart áramkörök 😊

