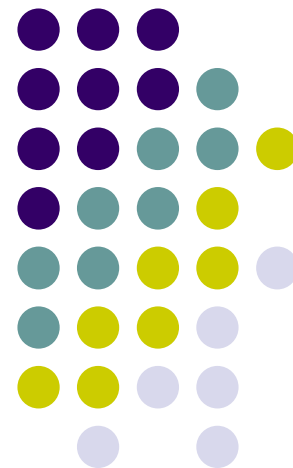


Elektromosság Elektrotechnika

Egyenáramú hálózatok





Hálózat

- Villamos hálózat: villamos áramköri elemek tetszőleges kapcsolása.
- Reguláris hálózat: ha helyesen felírt hálózati egyenletekkel minden feszültség és áram meghatározható, véges gerjesztésekre véges választ kapunk
- Egyenáramú hálózat: ha időben állandóak a feszültségek és az áramok



Hálózatok osztályozása

- Pólusszám (2-, 3-, 4- , ellenállás, tranzisztor, csatolt tekercsek)
- Energiatermelés (aktív/passzív)
- Linearitás (lineáris/nem lineáris)
- Időbeli változás (variáns/invariáns)
- Áram szerint (állandó, váltakozó, szinuszos)
- Térbeli változás (koncentrált/elosztott paraméterű)

$$\left[\begin{array}{l} f = 1\text{kHz}, \lambda = c / f = 3 \cdot 10^5 \text{m}, \gg \text{alkatrész méret} \\ f = 100\text{GHz}, \lambda = 3\text{mm} \ll \text{alkatrész méret} \end{array} \right]$$

Alaptörvények-áttekintés

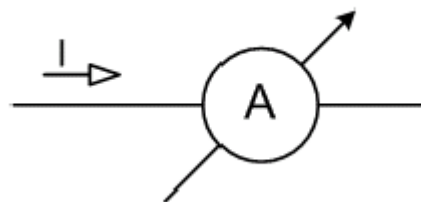


- Alaptörvények
 - Áramerősség
 - Feszültség
 - Potenciál
 - A feszültség és az áram kapcsolata
 - Ellenállás
 - Források és generátorok
- Lineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása

I - Áram



- Elektromos áram: töltött részecskék mozgása.
- Áramirány: pozitív töltéshordozók mozgás iránya. (tradicionális okokból)
- Jele I.
- Árammérő bekötése:



- Mértékegysége: $[I] = \text{Amper} = \text{A}$

Kirchoff I. csomóponti törvénye



- Bármely csomópontra az I áramerősségek előjeles összege nulla.

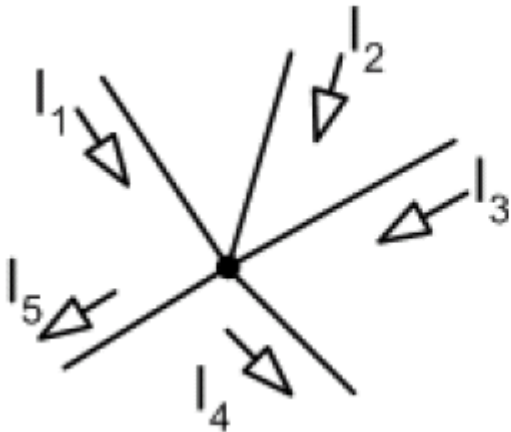
$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

- Általában a csomópontba befolyó a negatív, a kifolyó a pozitív áramirány.
- Ha nem ismerjük az áram irányát, akkor önkényes referencia irányokat veszünk fel, és ezekre írjuk fel a törvényeket
- Csomóponti törvény :
Töltésmegmaradás elve: a csomópontot körülvevő zárt felület belsejében levő töltések száma állandó.
Az az áram ami befolyik a csomópontba, ki is kell hogy folyjon



Kirchoff csomóponti törvénye

- Ismeretlen áramirányoknál referencia áramiránnyal dolgozunk:

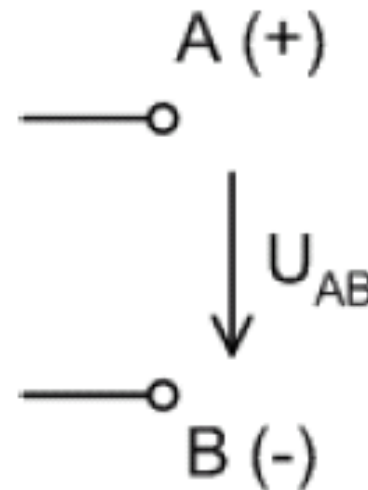
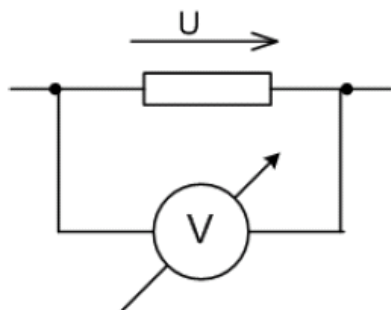


$$I_4 + I_5 - I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

U - Feszültség



- Töltésáramlás energiaviszonyait fejezi ki,
- Jele U, mértékegysége: $[U] = \text{Volt} = \text{V}$
- Iránya: a pozitív pólusból a negatív felé mutat.
- Jelölés: U_{AB} feszültség A-ból B-be mutat.
- A nyíl irányában csökken a feszültség.
- Mérése voltmérővel történik.



A feszültség megadja, hogy mennyi munkát végez az elektromos mező az egységnyi töltésen, miközben a töltés elmozdul az egyik pontból a másikba.

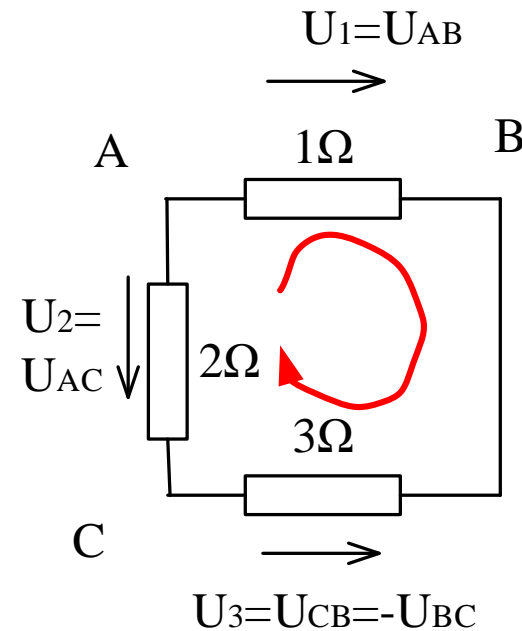


Kirchoff II. huroktörvénye

- Bármely hurok (irányított zárt görbe) mentén az U_k feszültségek előjeles összege nulla.
- Az ellenkező irányúakat negatív előjellel kell figyelembe venni.

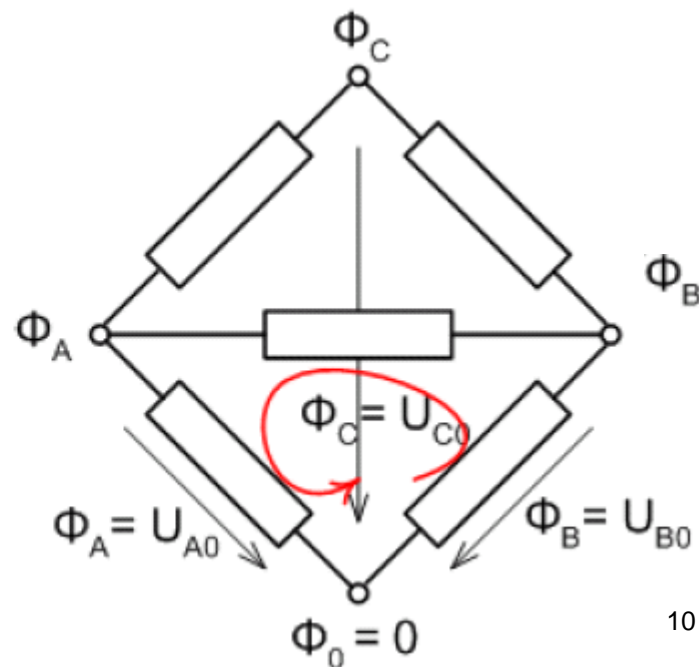
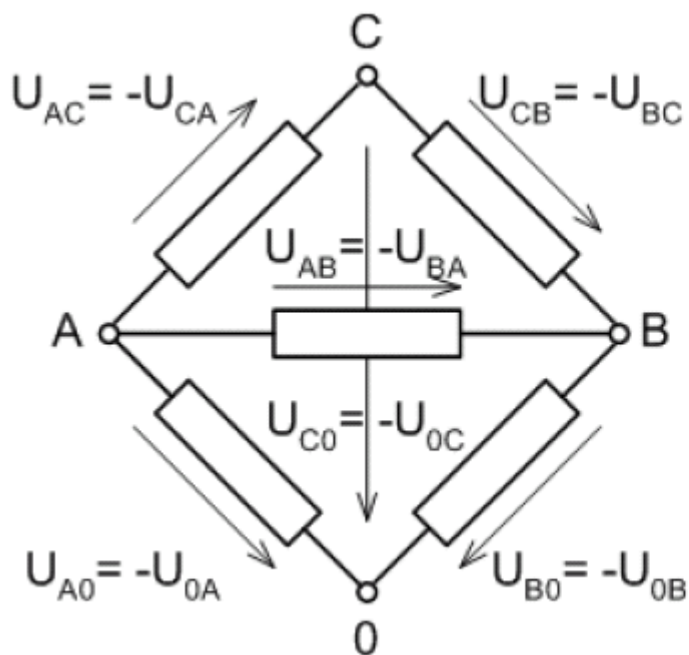
$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

$$U_1 - U_3 - U_2 = 0$$



Potenciál

- A potenciál olyan feszültség vektor, mely mindig a 0 potenciálú hely fele mutat.
- Adott 4 csomópont, köztük 6 feszültség mérhető. Helyette megadható 3 csomópont feszültsége (potenciálja) egy alapponthoz viszonyítva:

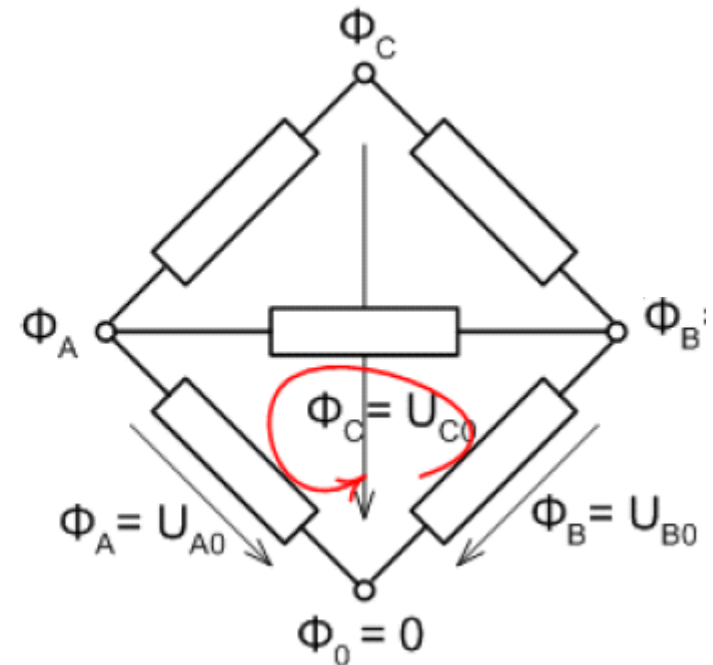
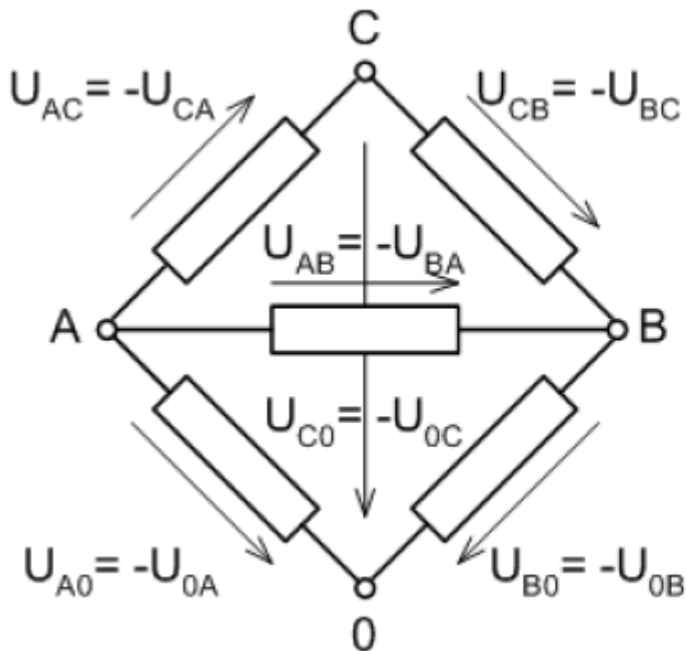




- Huroktörvény a kijelölt hurokra:

$$U_{A0} - U_{B0} - U_{AB} = 0$$

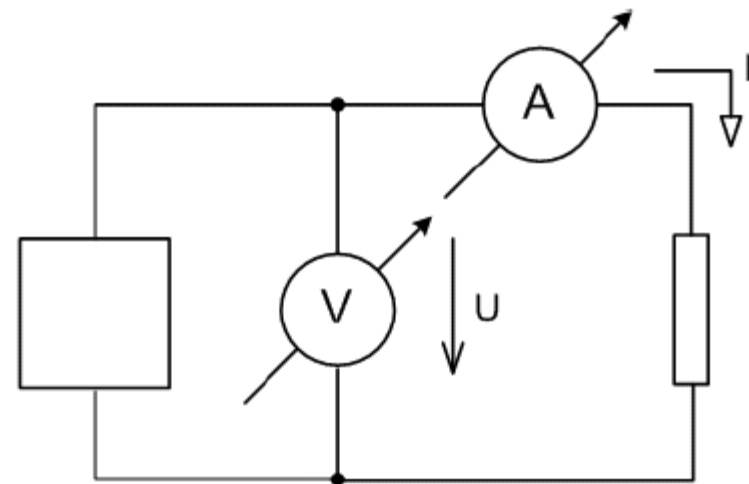
- Két pont potenciáljának különbsége a két pont közt eső feszültség: $\Phi_A - \Phi_B = U_{AB}$



A feszültség és az áram kapcsolata



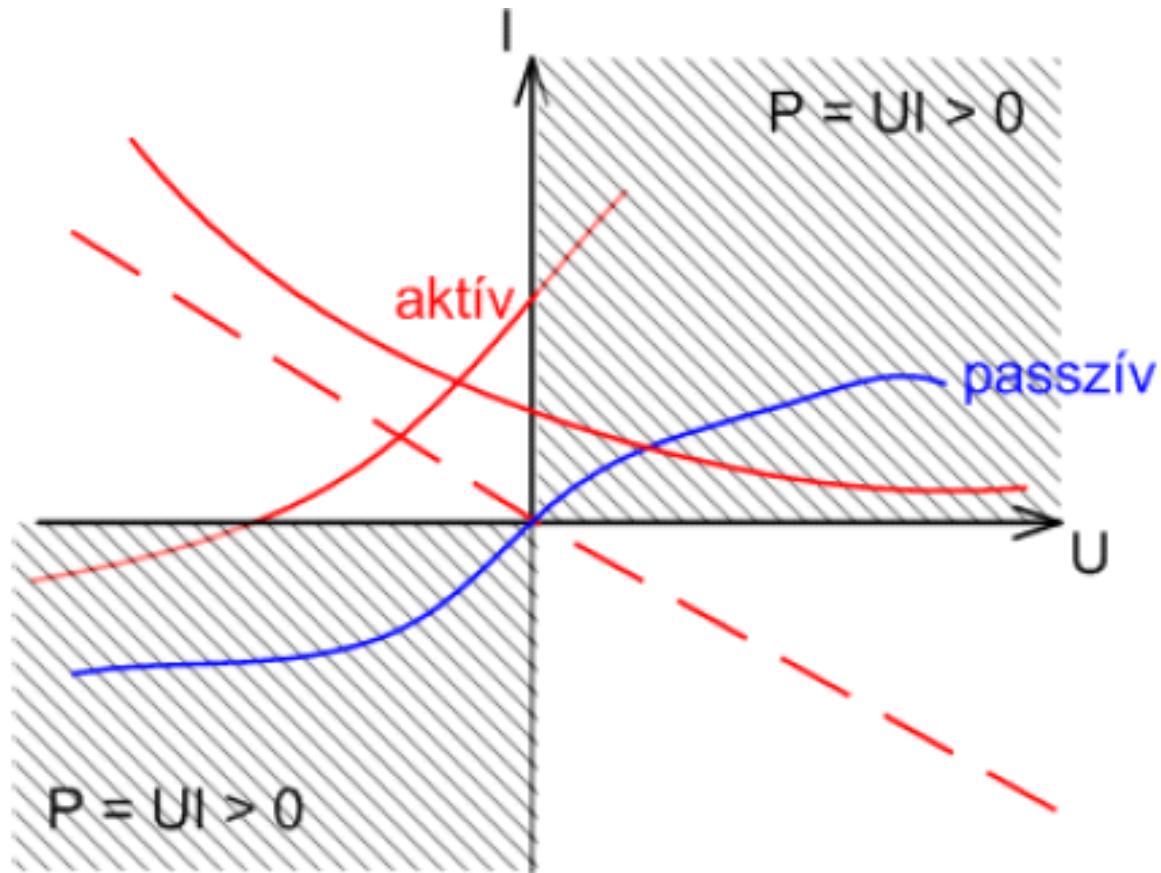
- A kétpólusra szabályozható feszültségforrást kapcsolva, és mérve a feszültséget, megkaphatjuk a kétpólus feszültség-áram $U=f(I)$, illetve áram feszültség $I=g(U)$ karakterisztikáját.



Szabályozható
feszültségforrás

Mért
kétpólus

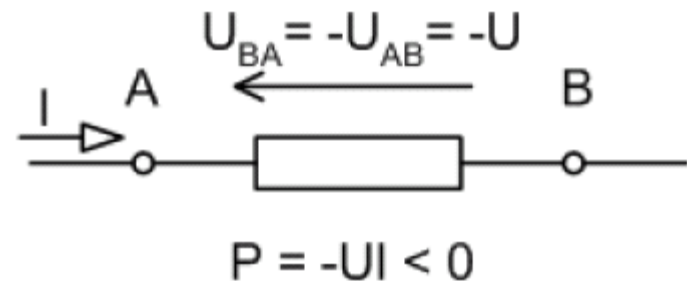
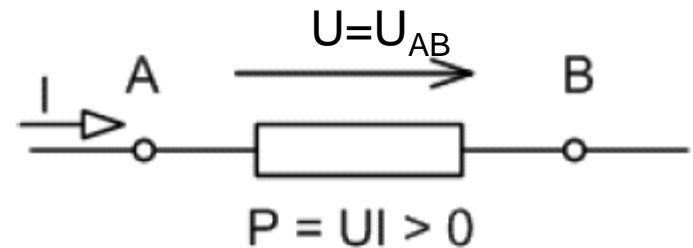
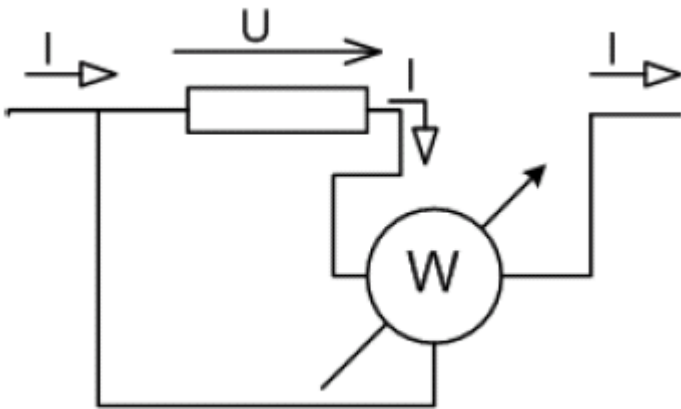
Kétpólus karakterisztikák



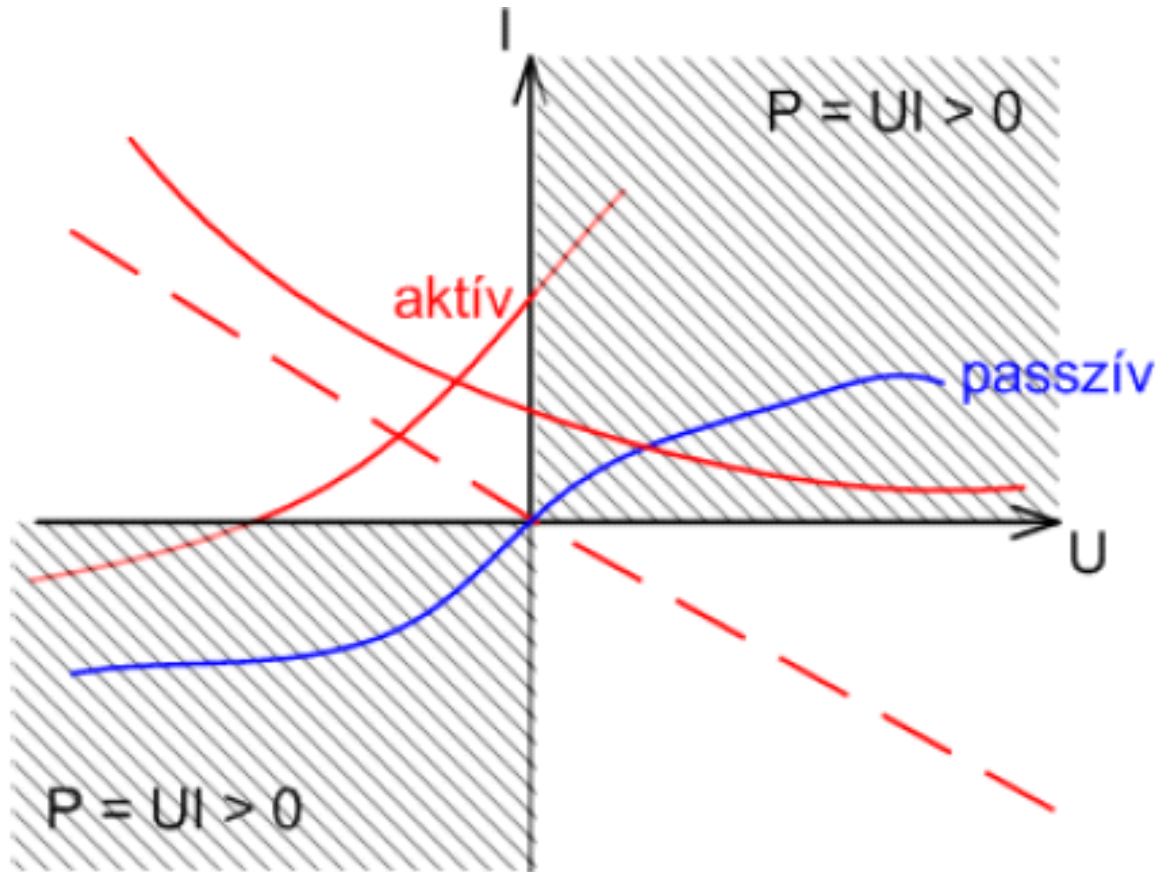
Elektromos Teljesítmény



- Teljesítmény jele P , $[P]=\text{watt} = \text{W}$,
- $P = UI$
- Mérése wattmérővel történik
- Ha U és I azonos irányban van felvéve: fogyasztói referencia



Kétpólus karakterisztikák (fogyasztói referenciában)





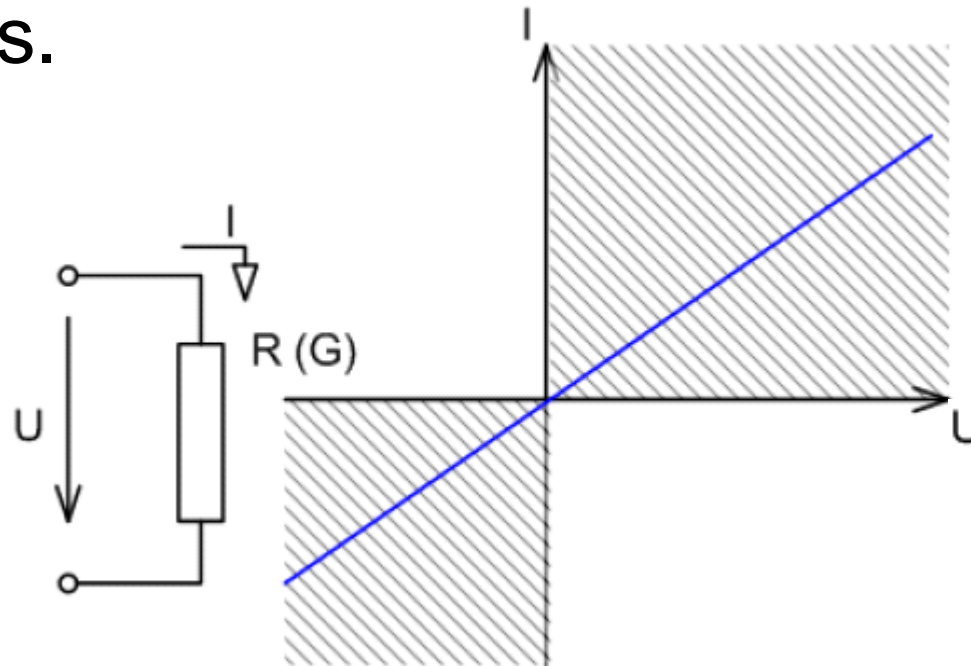
Teljesítmény

- A $P = UI$ teljesítmény fogyasztói referenciában lehet pozitív, vagy negatív. Ennek alapján a kétpólus lehet passzív, vagy aktív.
 - Kétpólus tulajdonsága:
 - **passzív**: csak (villamos) teljesítmény felvételére képes
 - **aktív**: teljesítmény leadására is képes lehet
 - Állapota:
 - **Fogyasztó**: teljesítményt vesz fel
 - **Termelő**: teljesítményt ad le
- Passzív kétpólus csak fogyasztó lehet, aktív kétpólus fogyasztó és termelő is lehet.



Ellenállás

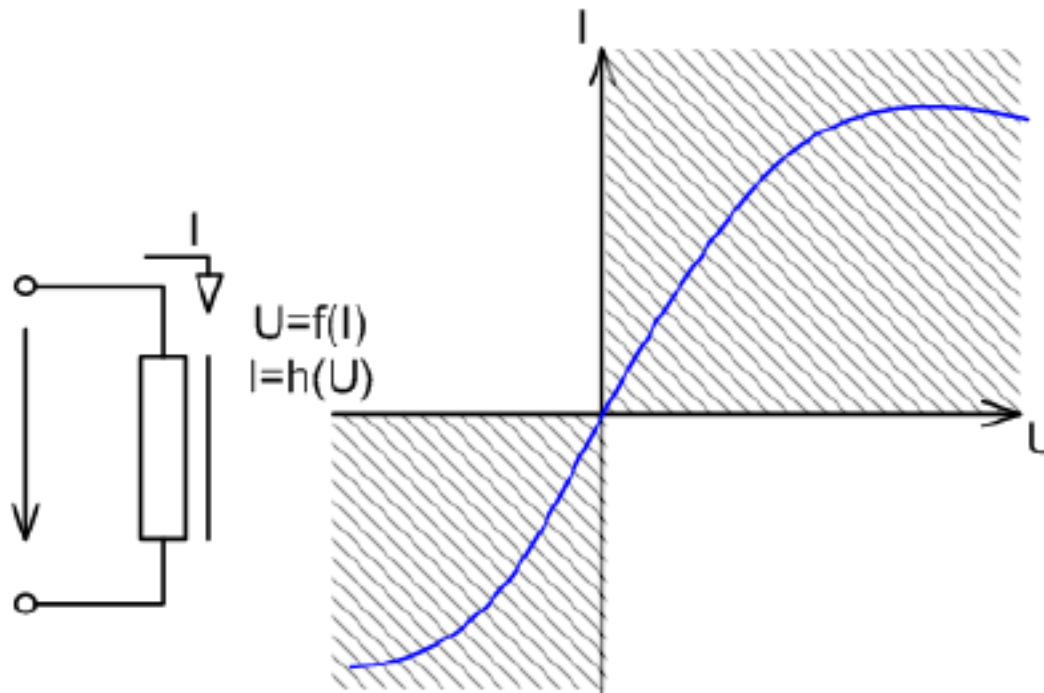
- Az ellenállás passzív kétpólus.
- Az ellenállás, mint fizikai mennyiség: rezisztencia
- Ha a karakterisztikája lineáris, akkor lineáris az ellenállás.





Ellenállás

- Ha a karakterisztikája nem lineáris, akkor nemlineáris az ellenállás.





Ohm törvény

Lineáris ellenálláson eső feszültség egyenesen arányos a rajta átfolyó áram erősségével:

- $U=RI, I=GU$
- $G=1/R$ vezetés, vagy konduktancia.

Mértékegységek:

- $[R]= V/A =\text{ohm} =\Omega$
- $[G]= A/V =\text{siemens} =S =1/\Omega$

Lineáris ellenállás teljesítménye:



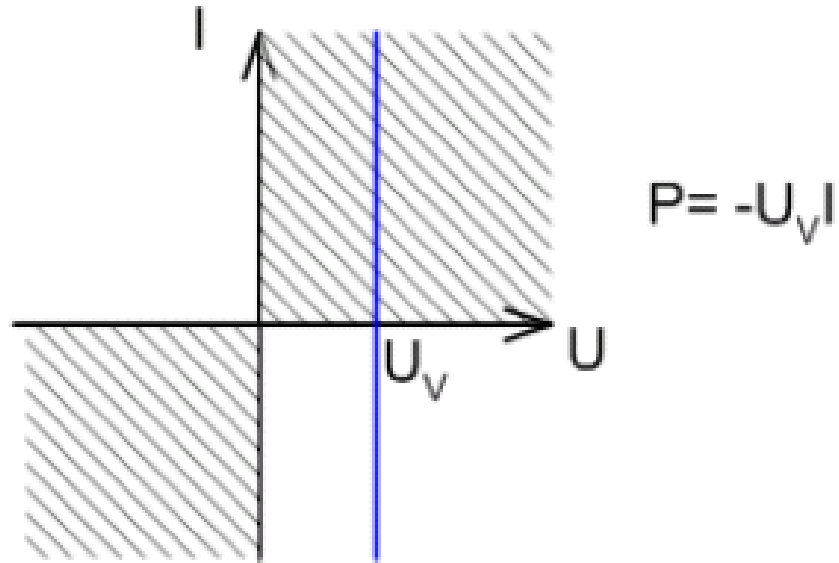
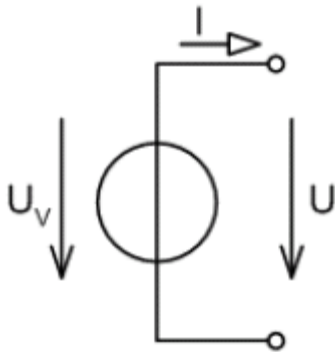
$$P = \begin{cases} U \cdot I = (R \cdot I)I = I^2 R \\ U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = G \cdot U^2 \end{cases}$$

- Az ellenállás teljesítménye mindig pozitív, azaz mindig fogyasztó.



Források és generátorok

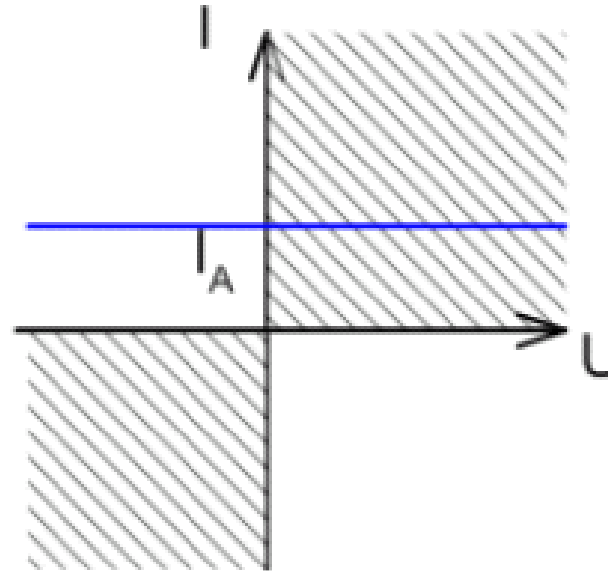
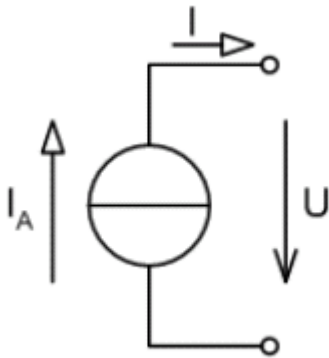
- A források és generátorok aktív kétpólusok. A feszültségforrás U_V forrásfeszültsége állandó, azaz $U \equiv U_V$.





Források és generátorok

- Az áramforrás I_A forrásárama állandó, azaz $I \equiv I_A$.



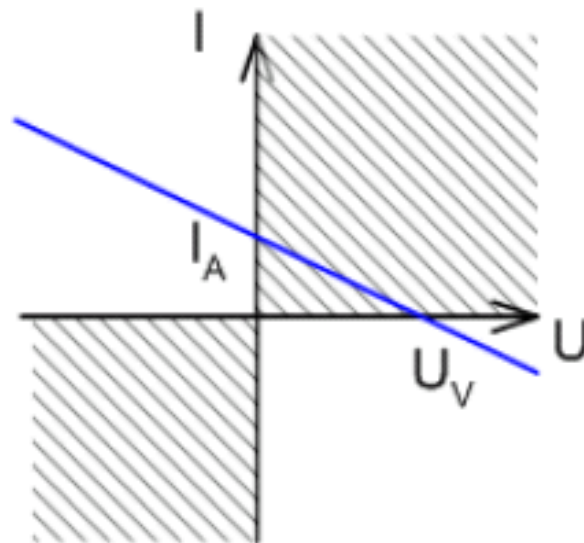
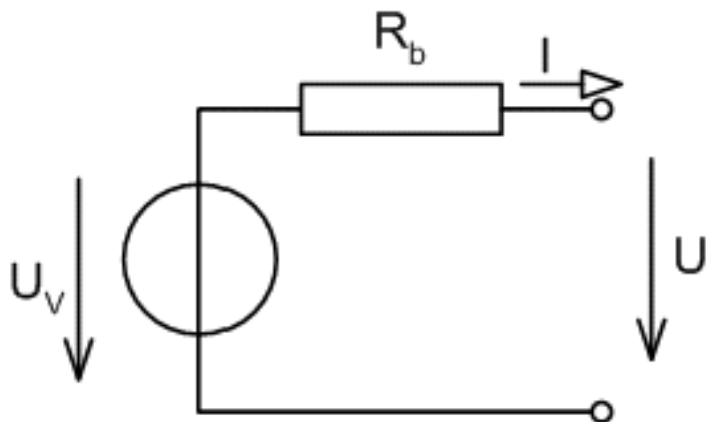
$$P = -UI_A$$

- A teljesítmény pozitív is lehet, ha a terhelő kétpólus aktív.

Generátorok

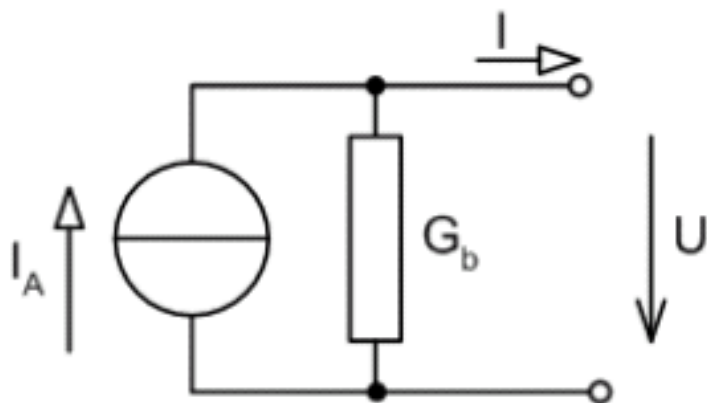


A valódi aktív kétpólust generátornak hívjuk:



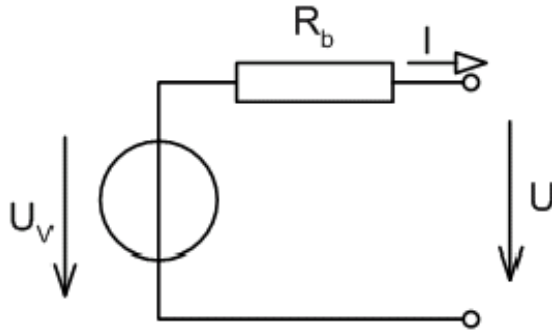
$$U_V = R_b \cdot I_A$$

$$I_A = G_b \cdot U_V$$



A karakterisztika helyettesíthető feszültség- és áramgenerátorral is.

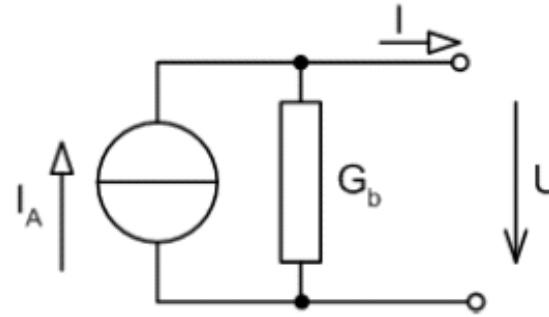
Generátoros helyettesítések



Fesz. generátor karakterisztikája:

$$U = U_v - I \cdot R_b$$

$$\Rightarrow U_v = I_A \cdot R_b$$



Áramgenerátor karakterisztikája:

$$I = I_A - \frac{U}{R_b} \Rightarrow U = I_A \cdot R_b - I \cdot R_b$$

Ekkor egyezik meg a két karakterisztika.

A feszültséggenerátor üresjárású feszültsége az U_v forrásfeszültség, az áramgenerátor rövidzárási árama az I_A forrásáram. A kettő hányadosa a generátor R_b belső ellenállása:

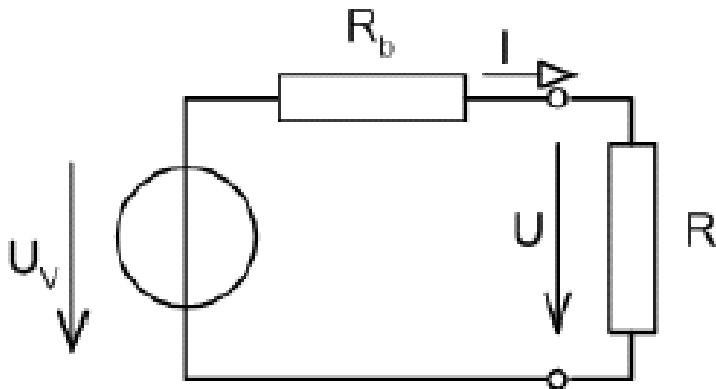
$$\frac{U_v}{I_A} = \frac{R_b I_A}{I_A} = R_b$$



Feszültséggenerátor hatásfoka

- Az R ellenállással lezárt feszültséggenerátor kapocsteljesítménye az R_b -n hővé alakuló teljesítménnyel kisebb a forrás teljesítményénél:

$$P = U \cdot I = (U_v - I \cdot R_b) \cdot I = U_v \cdot I - I^2 \cdot R_b$$



Hatásfok:

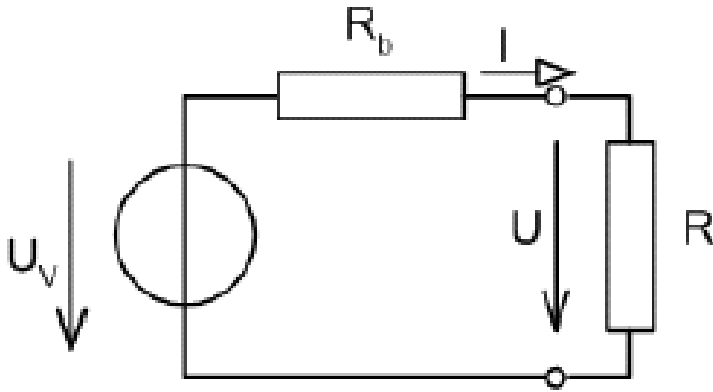
$$P = R \cdot I^2$$

$$P_b = R_b \cdot I^2$$

$$\eta = \frac{P_{hasznos}}{P_{teljes}} = \frac{P}{P + P_b}$$



- Az R terhelő ellenállás által felvett teljesítmény:



KII. huroktörvényből :

$$R \cdot I + R_b \cdot I - U_V = 0$$

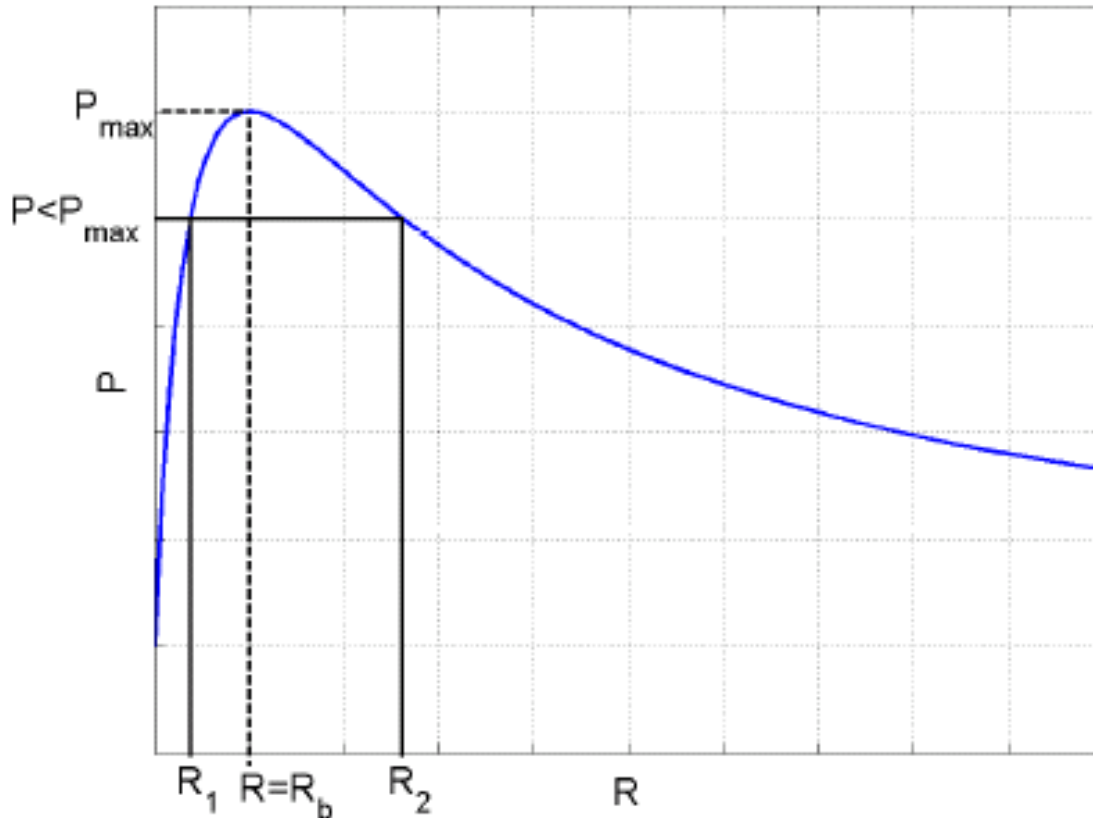
$$I = \frac{U_V}{(R + R_b)}$$

$$P = R \cdot I^2 = U_V^2 \frac{R}{(R + R_b)^2}$$

Teljesítmény illesztés



- Keressük meg azt az R terhelést, amely mellett a terhelés által kivett teljesítmény maximális!



$$P = R \cdot I^2 =$$
$$= U_v^2 \frac{R}{(R + R_b)^2}$$

Teljesítmény illesztés



- Keressünk szélsőértéket: $P = U_v^2 \frac{R}{(R + R_b)^2}$

$$\frac{dP}{dR} = 0 = \left[\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} \right]$$

$$= U_v^2 \frac{(R + R_b)^2 - 2R(R + R_b)}{(R + R_b)^4}$$

$R + R_b = 2R$ esetén lesz 0, vagyis $R = R_b$

- Így ekkor a maximális teljesítmény:

$$P_{\max} = R_b \cdot I^2 = U_v^2 \frac{R_b}{(R_b + R_b)^2} = \frac{U_v^2}{4R_b}$$



Bármely, P_{max} -nál kisebb teljesítmény két különböző R -rel biztosítható

$$P_1 = U_V^2 \frac{R}{(R + R_b)^2} = U_V^2 \frac{R}{R^2 + 2R_b \cdot R + R_b^2}$$

nullára rendezve:

$$R^2 \cdot P_1 + (2R_b \cdot P_1 - U_V^2) \cdot R + R_b^2 \cdot P_1 = 0$$

R -ben másodfokú egyenlet

$$R_{1,2} = \frac{U_V^2 - 2R_b \cdot P_1 \pm \sqrt{(2R_b \cdot P_1 - U_V^2)^2 - 4R_b^2 \cdot P_1^2}}{2P_1}, \quad R_1 \cdot R_2 = R_b^2$$

A belső ellenálláson hővé alakuló teljesítmény

$$P_b = R_b \cdot I^2 = U_V^2 \frac{R_b}{(R + R_b)^2}$$

Hatásfok

$$\eta = \frac{P}{P + P_b} = \frac{R}{R + R_b}$$

Lineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása-áttekintés



- Alaptörvények
- Lineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása
 - Lineáris hálózat Szuperpozíció elve
 - Ellenállások soros és párhuzamos kapcsolása
 - Ellenállások csillagháromszög átalakítása
 - Wheatstonehíd
 - A helyettesítő generátorok tétele Millmann tétele
- Nemlineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása



Lineáris hálózat - kétpólus

- Egy hálózat lineáris, ha felépíthető lineáris kétpólusokból. Kevés elem esetén elemi módszerekkel számítható.
- Lineáris kétpólus matematikai alakja:
$$U = RI + U_0$$
 lineáris feszültséggenerátor
$$I = GU + I_0$$
 lineáris áramgenerátor
- Lineáris inhomogén karakterisztika
- Ha $U_0 = 0$ illetve $I_0 = 0$, akkor homogén – lineáris ellenállás karakterisztika
- Ha $R=0$, feszültség, ill. áram forrás karakterisztika
- Egyenáramú – időtől független (U_V, I_A, R)



Feladat

- Lineáris egyenáramú hálózatok számításának alapfeladata:

Adott a hálózat struktúrája, az ellenállások rezisztenciája, a források forrásfeszültsége, és forrásárama; határozzuk meg a hálózatot alkotó elemek ismeretlen feszültségeit és áramait.

Szuperpozíció elve



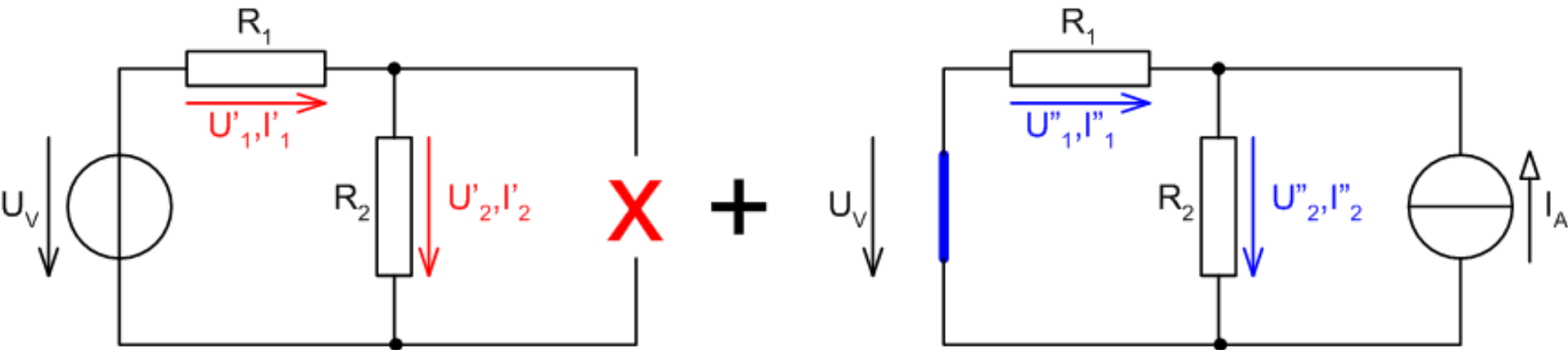
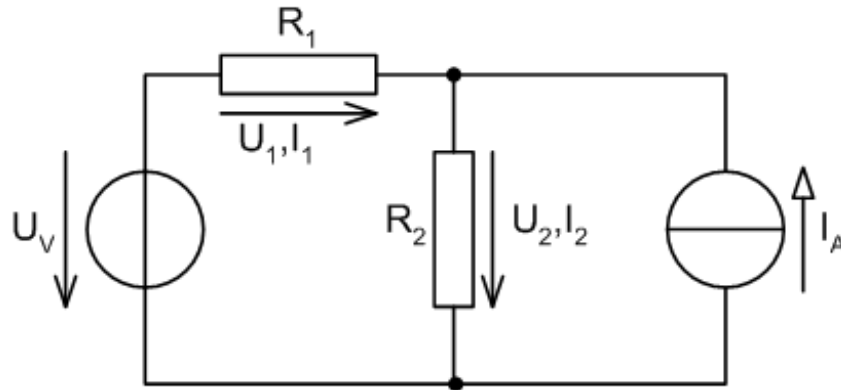
- Lineáris hálózat esetén az x bemenet és az y kimenet között lineáris kapcsolat áll fenn:

$$y = L\{x\}, \text{ ahol } L\{c_1x_1 + c_2x_2\} = c_1L\{x_1\} + c_2L\{x_2\}, c_{1,2} : \mathbb{R}$$

- Összegtartás: szuperpozíció elve
- Aránytartás: a kimenet a bemenet változásával arányosan változik

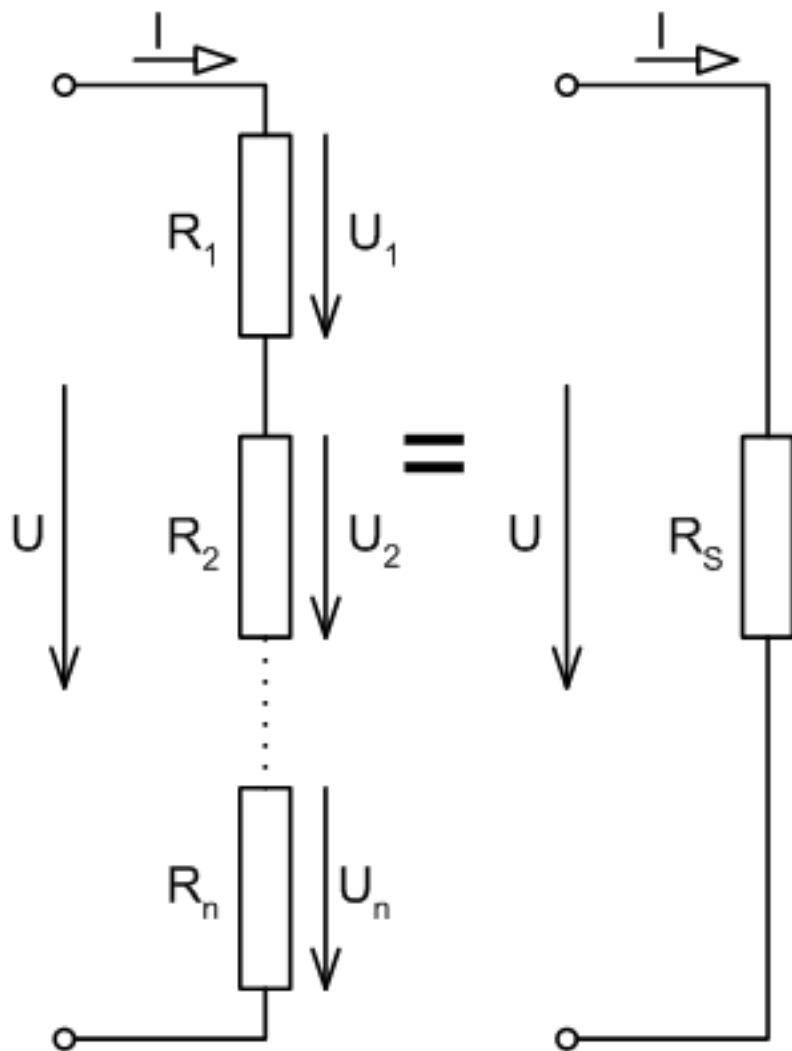
Lineáris hálózat esetén a különböző források egymástól függetlenül hozzák létre feszültségeiket és áramaikat, ezek a hálózati elemeken összegződnek, szuperponálódnak. Az egyes források hatása úgy is vizsgálható, hogy a többi forrást dezaktivizáljuk, azaz a feszültségforrásokat rövidzárral ($U_V = 0$), az áramforrásokat pedig szakadással ($I_A = 0$) helyettesítjük

A szuperpozíció elve csak lineáris hálózatokra érvényes !



$$I_1 = I'_1 + I''_1, \quad I_2 = I'_2 + I''_2, \quad U_1 = U'_1 + U''_1, \quad U_2 = U'_2 + U''_2$$

Ellenállások soros kapcsolása



- Sorba kapcsolt ellenállások árama közös, feszültségeik összegződnek
- Az eredő kétpólus is ellenállás:

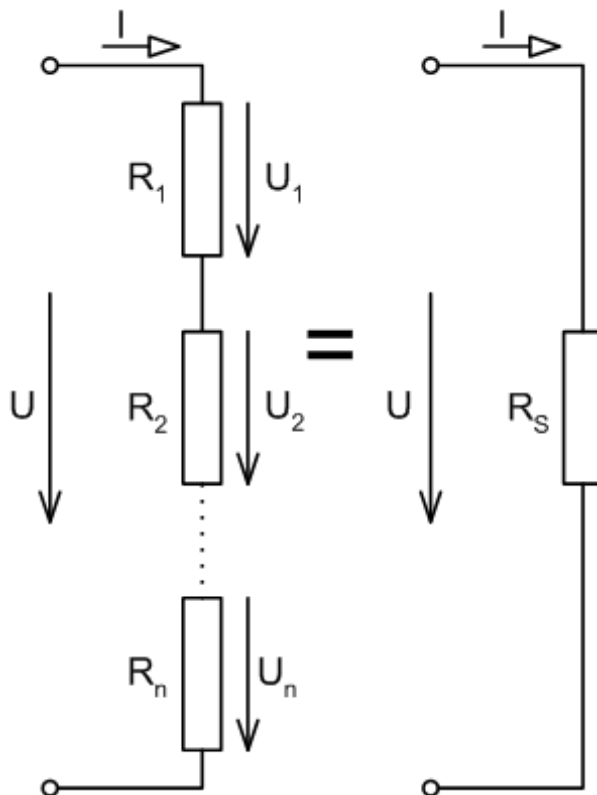
$$U = R_S \cdot I = \sum_{k=1}^n U_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I = I \cdot \sum_{k=1}^n R_k,$$

$$R_S = \sum_{k=1}^n R_k$$

Ellenállások soros kapcsolása



- Az ellenállásokon eső feszültségek arányosak az ellenállások rezisztenciájával:

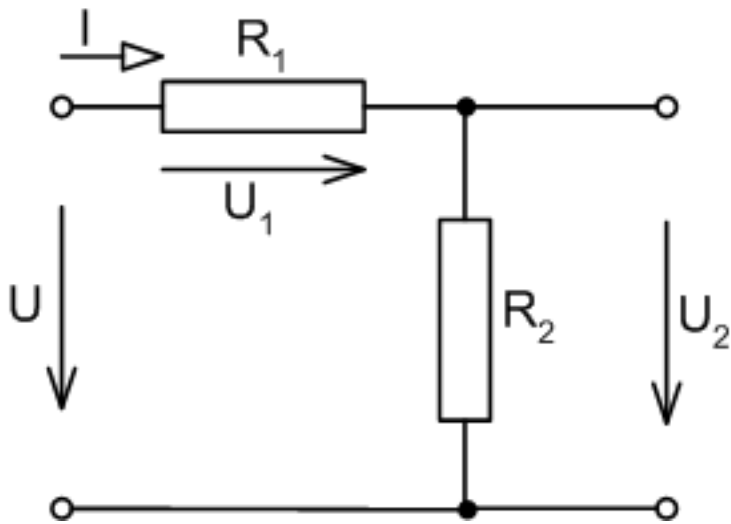


$$U_k = R_k \cdot I = \frac{R_k}{R_S} U, \quad k = 1, \dots, n$$

Rezisztív feszültségosztó két ellenállásnál



- Két sorba kapcsolt ellenállás rezisztív feszültségosztót alkot:



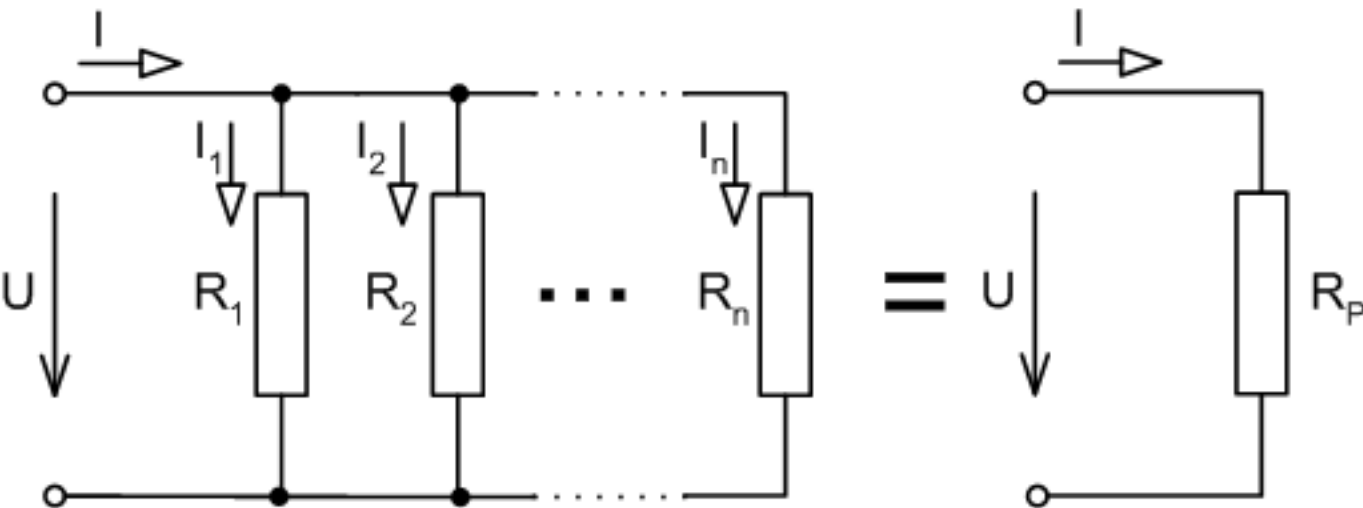
$$U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$
$$U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1}, \quad G_2 = \frac{1}{R_2}, \quad \text{és} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{G_2}{G_1}$$

Ellenállások párhuzamos kapcsolása



- Párhuzamosan kapcsolt ellenállások feszültsége közös, áramaik összegződnek

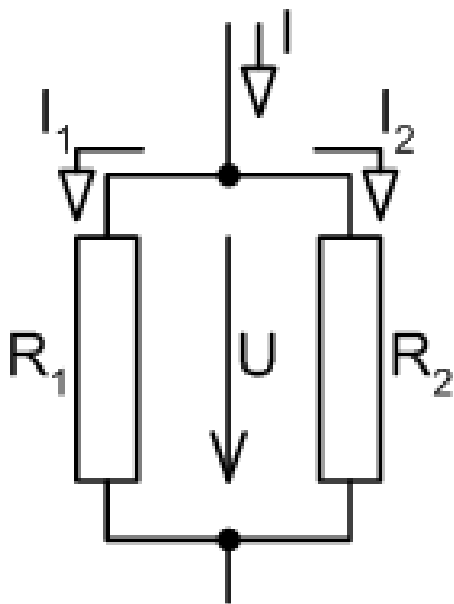


$$I = \frac{U}{R_P} = \sum_{k=1}^n \frac{U}{R_k} =$$
$$= U \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k},$$

$$\frac{1}{R_P} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

R1 és R2 párhuzamos eredője két ellenállásnál:

R1 × R2 (replusz)



$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_1}{R_1 R_2} =$$

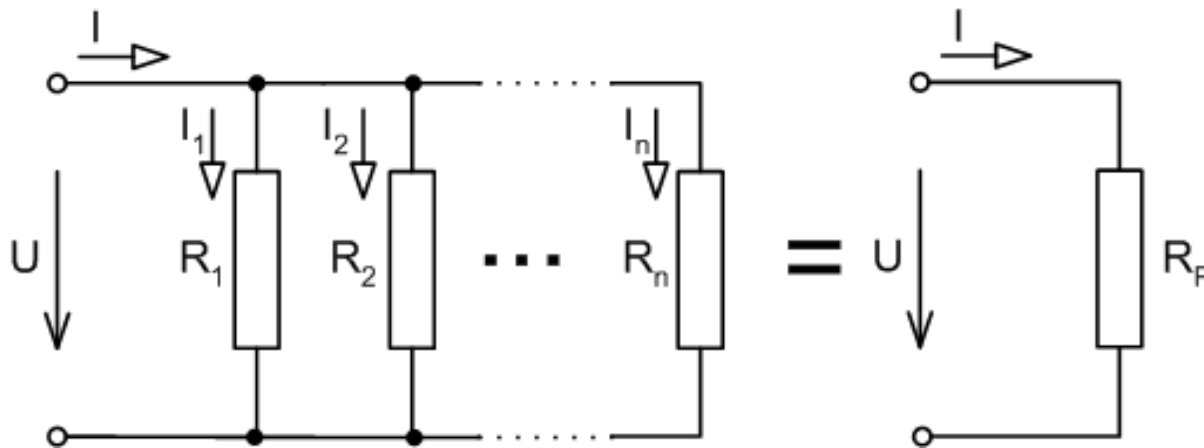
$$\frac{1}{R_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$R_e = R_1 \times R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Ellenállások párhuzamos kapcsolása



- Az ellenállásokon átfolyó áramok fordítottan arányosak az ellenállások rezisztenciájával:

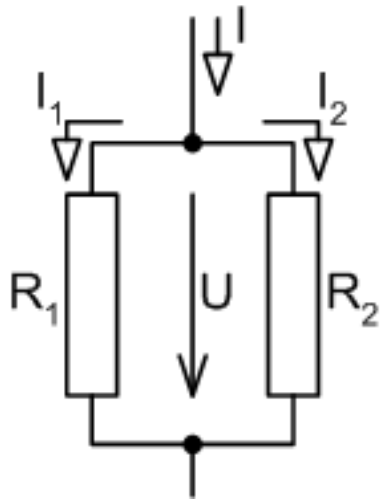


$$I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{R_p}{R_k} I, \quad k = 1, \dots, n$$

Rezisztív áramosztó két ellenállásnál



- Két párhuzamosan kapcsolt ellenállás rezisztív áramosztót alkot.
- A leosztott áramok:



$$I_1 = \frac{R_P}{R_1} I = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$
$$I_2 = \frac{R_P}{R_2} I = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = I \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

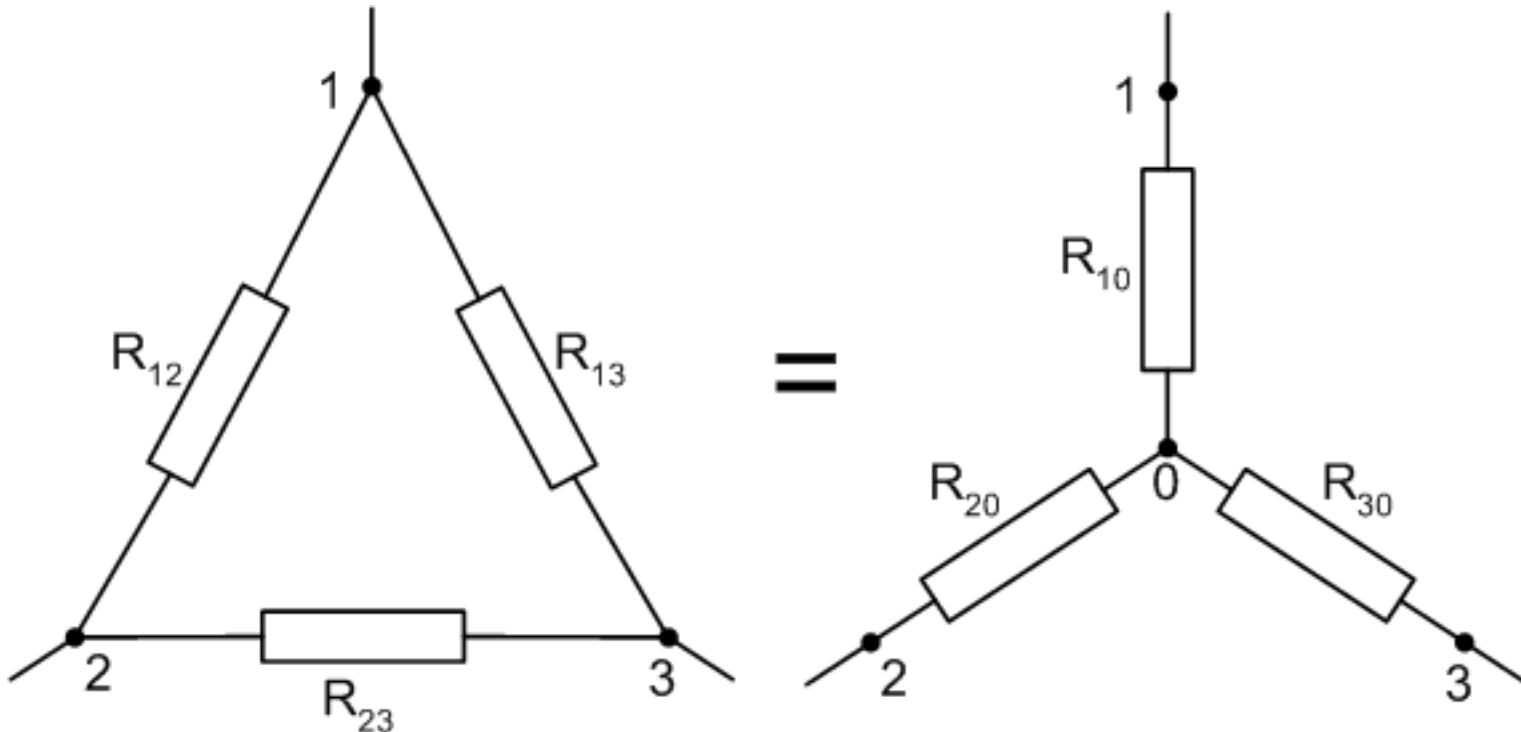
Szimmetria:

A sorba kapcsolt konduktanciákra vonatkozó összefüggések ugyanolyan alakúak, mint a párhuzamosan kapcsolt rezisztanciákra vonatkozók, és fordítva

Ellenállások csillag-háromszög átalakítása



- A csillagkapcsolás és a háromszögek kapcsolás rezisztenciái mindig megválaszthatók úgy, hogy a hálózat többi részében a feszültségek és áramok nem változnak meg: a két kapcsolás ekvivalens





Háromszög → csillag

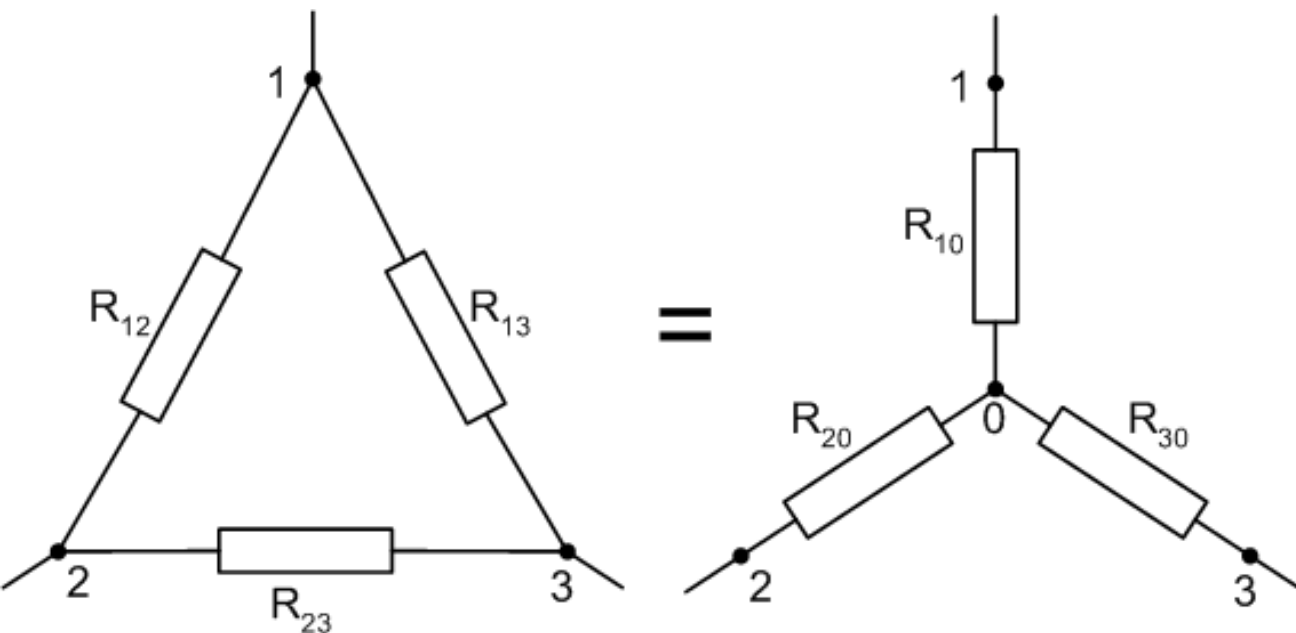
- Az ekvivalencia feltétele, hogy bármely két kapocsra nézve az eredő rezisztencia a két kapcsolásnál megegyezzen, ha a harmadik kapocs árammentes.

$$R_{10} + R_{20} = R_{12} \times (R_{23} + R_{31})$$

$$R_{20} + R_{30} = R_{23} \times (R_{31} + R_{12})$$

$$R_{10} + R_{30} = R_{31} \times (R_{12} + R_{23})$$

$$R_{\Delta} = R_{12} + R_{23} + R_{31}$$



$$R_{10} = \frac{R_{31} \cdot R_{12}}{R_{\Delta}}$$

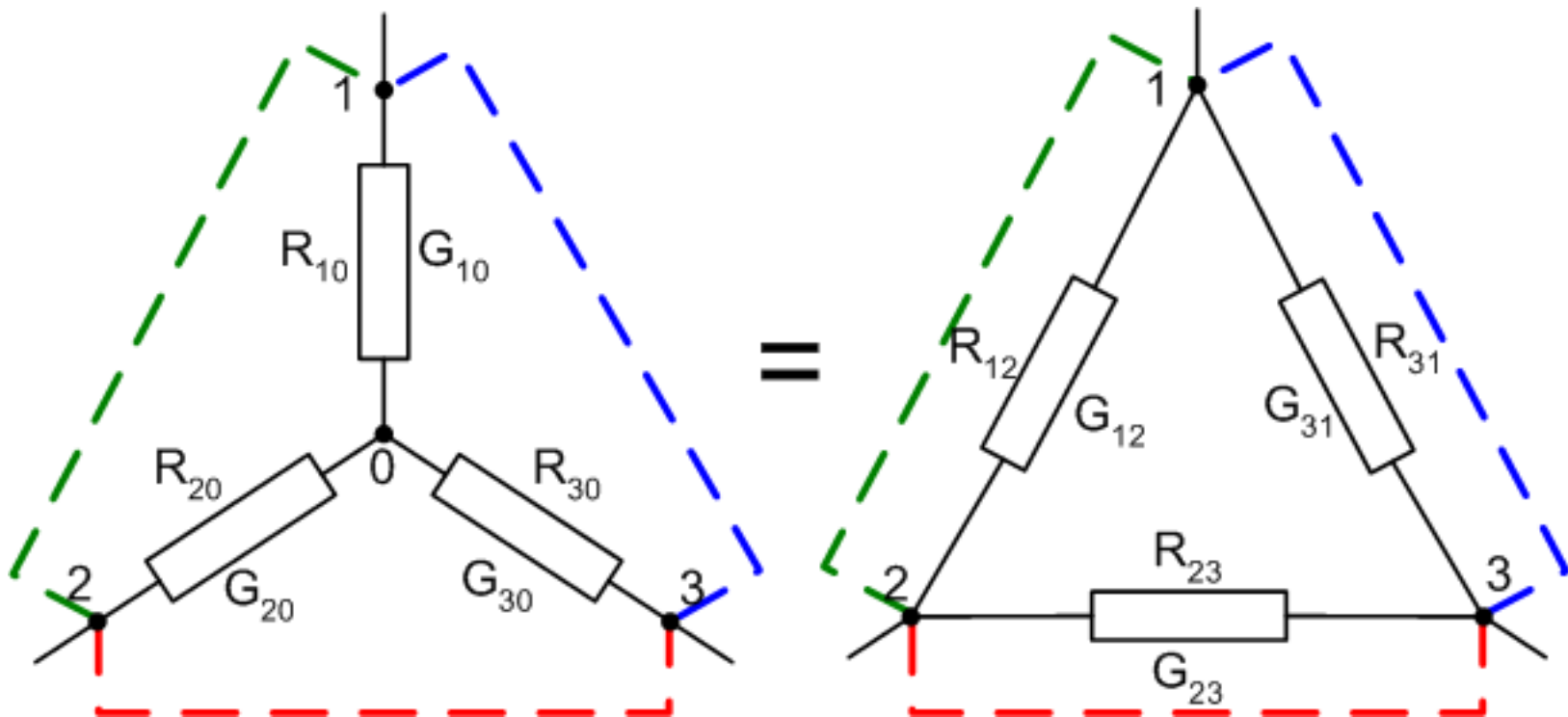
$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{\Delta}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{\Delta}}$$



Csillag \rightarrow háromszög

- Ötlet: páronként zárjuk rövidre a kapcsokat, és határozzuk meg az így kapott kétpólus konduktanciáját. Például 2 és 3 rövidre zárva, és határozzuk meg 1 és 2 közötti konduktanciát!





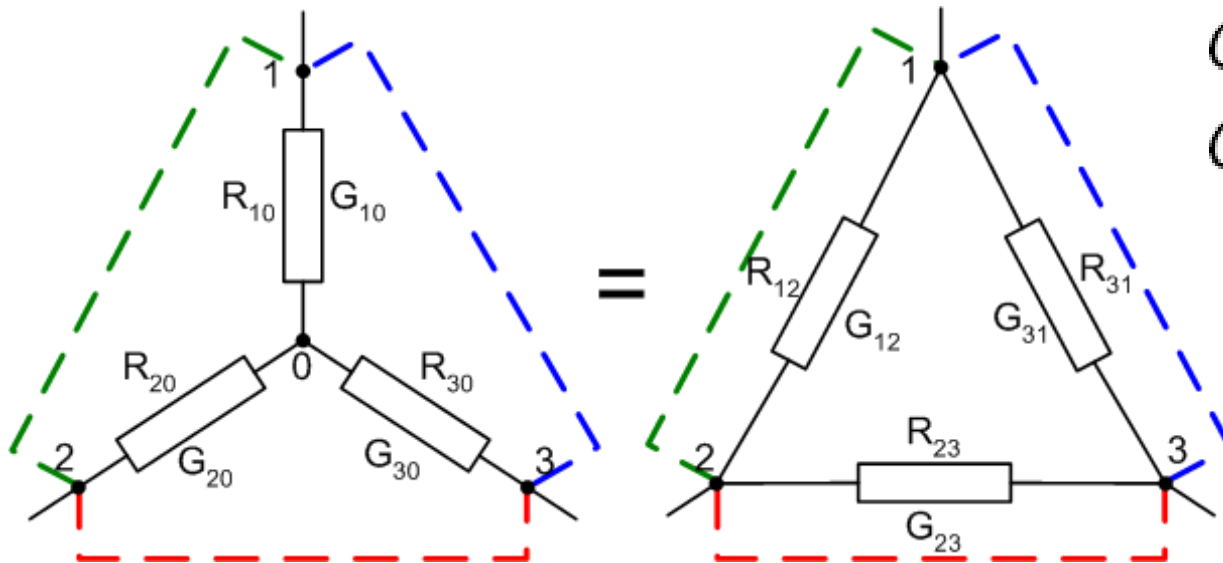
Csillag \rightarrow háromszög

$$G_{12} + G_{31} = G_{10} \times (G_{20} + G_{30})$$

$$G_{23} + G_{12} = G_{20} \times (G_{30} + G_{10})$$

$$G_{31} + G_{23} = G_{30} \times (G_{10} + G_{20})$$

$$G_Y = G_{10} + G_{20} + G_{30}$$



$$G_{12} = \frac{G_{10} \cdot G_{20}}{G_Y}$$

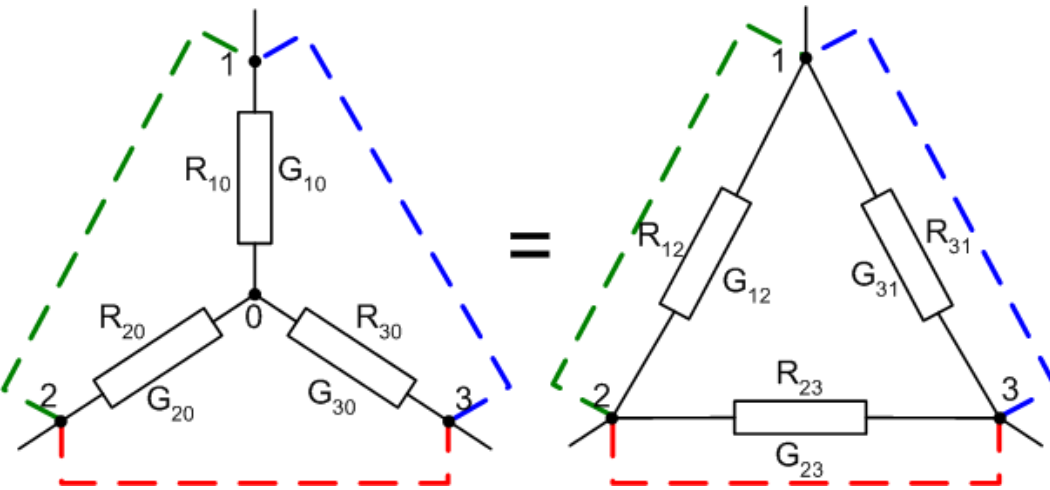
$$G_{23} = \frac{G_{20} \cdot G_{30}}{G_Y}$$

$$G_{31} = \frac{G_{30} \cdot G_{10}}{G_Y}$$

Csillag → háromszög



Áttérve rezisztenciákra:



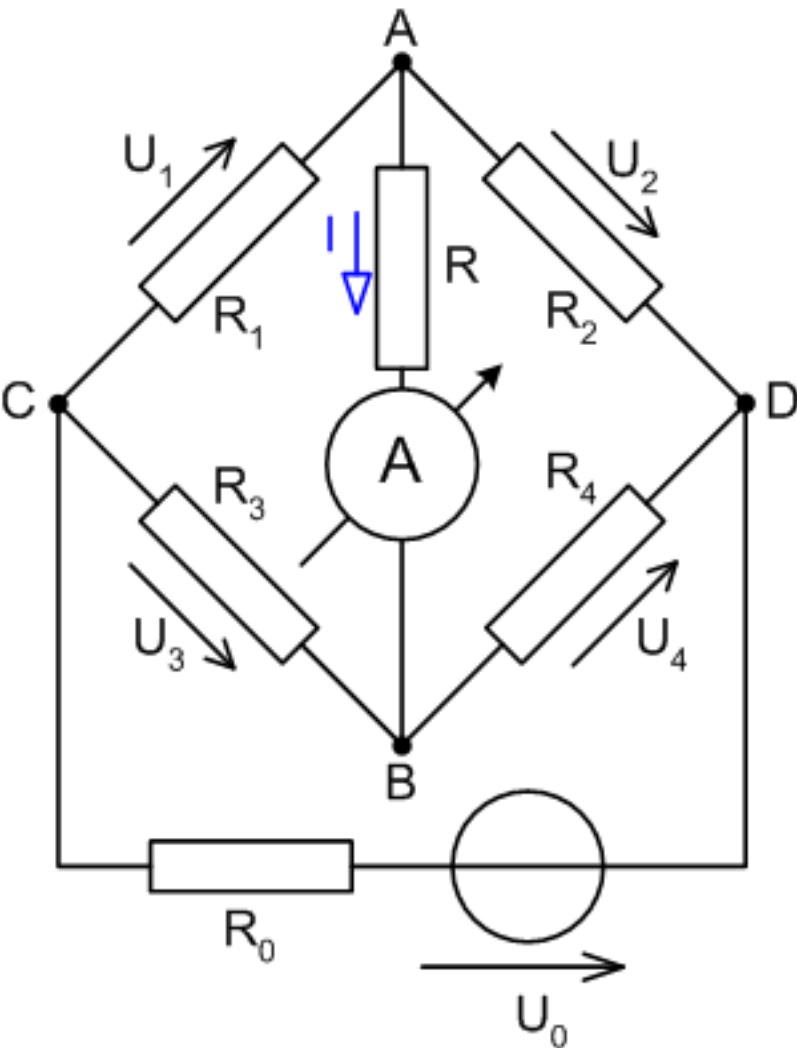
$$\frac{1}{R_Y} = \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}$$

$$R_{12} = \frac{1}{G_{12}} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_Y}$$

$$R_{23} = \frac{1}{G_{23}} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_Y}$$

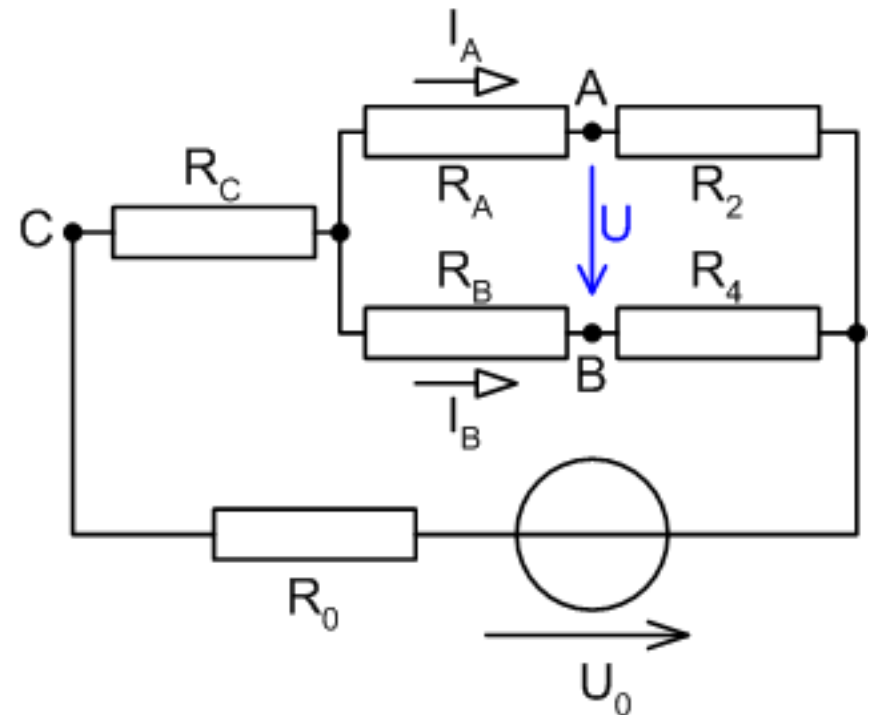
$$R_{31} = \frac{1}{G_{31}} = \frac{R_{30} \cdot R_{10}}{R_Y}$$

Wheatstone híd

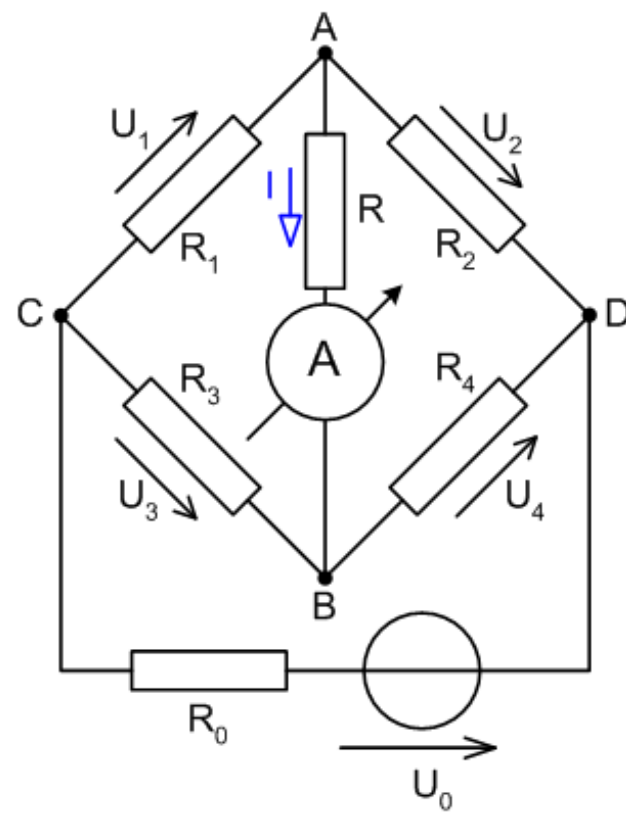


Feladat: határozzuk meg az I áramot!

Ötlet: alakítsuk át az ABC háromszöget csillaggá!



Wheatstone híd

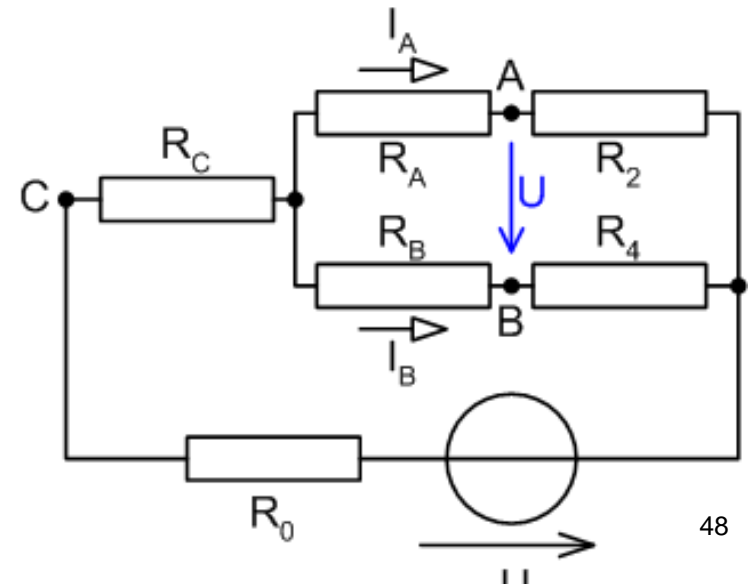


$$R_{\Delta} = R + R_3 + R_1$$

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R}{R_{\Delta}}$$

$$R_B = \frac{R_3 \cdot R}{R_{\Delta}}$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_{\Delta}}$$



Wheatstone híd



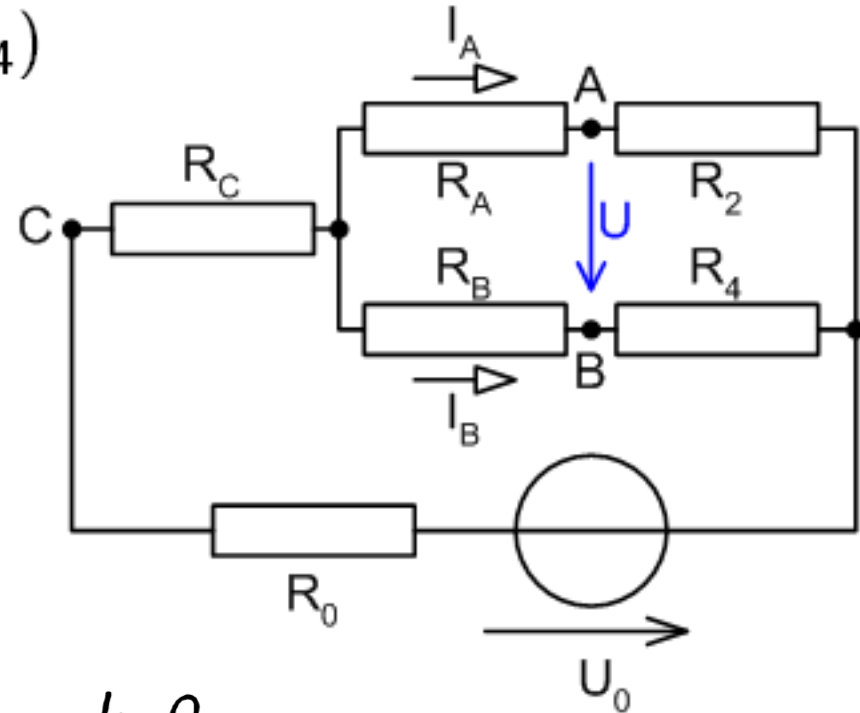
$$R_b = R_0 + R_C + (R_A + R_2) \times (R_B + R_4)$$

$$I_A = \frac{U_0}{R_b} \cdot \frac{R_B + R_4}{R_A + R_2 + R_B + R_4}$$

$$I_B = \frac{U_0}{R_b} \cdot \frac{R_A + R_2}{R_A + R_2 + R_B + R_4}$$

$$U = R_2 \cdot I_A - R_4 \cdot I_B$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{R_2 \cdot I_A - R_4 \cdot I_B}{R}$$



$$I=0$$

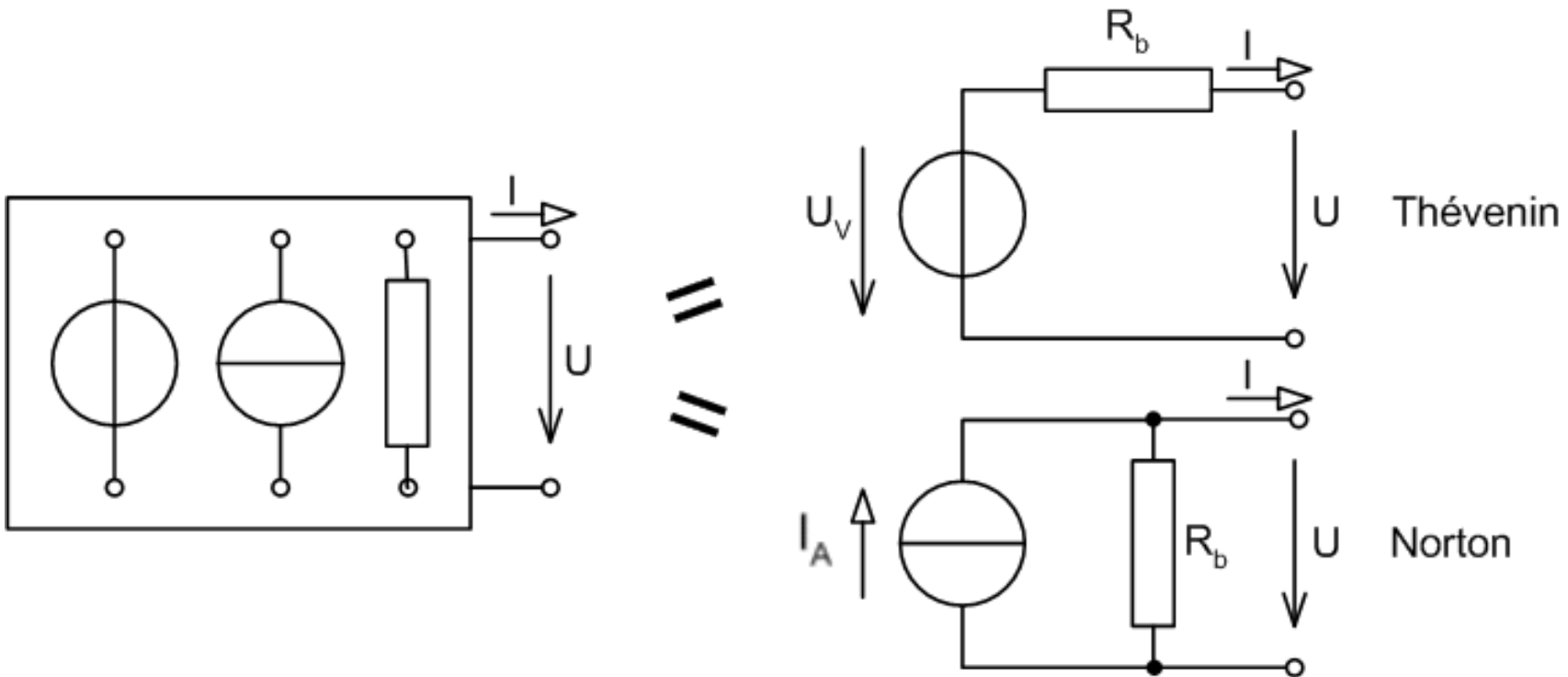
$$R_2 \cdot I_A = R_4 \cdot I_B$$

$$R_2 \cdot R_3 = R_1 \cdot R_4$$

A helyettesítő generátorok tétéle



- Tétel: Bármely lineáris kétpólus helyettesíthető egy feszültséggenerátorral (Thévenin ekvivalens), vagy egy áramgenerátorral (Norton ekvivalens).

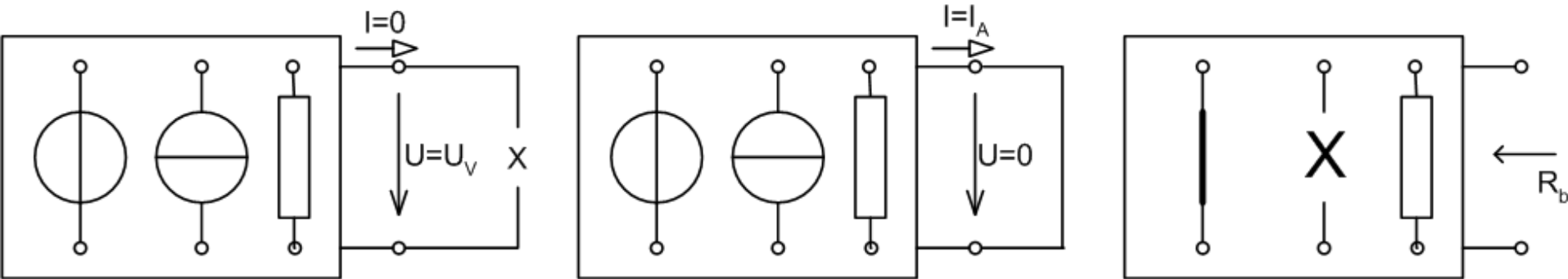


A helyettesítő generátorok tétele



- A tétel a kétpólus linearitásának következménye.
U és I kapcsolata:

$$U = U_V - I \cdot R_b \quad I = I_A - G_b \cdot U$$



A helyettesítő generátor forrásfeszültsége a kétpólus üresjárási feszültsége ($I = 0$), forrásárama pedig a kétpólus rövidzárási árama ($U = 0$). Az üresjárási feszültség és a rövidzárási áram hányadosa az R_b belső ellenállás, amely úgy is meghatározható, hogy dezaktivizáljuk a forrásokot, és meghatározzuk a kétpólus bemeneti ellenállását.

Sorba kapcsolt feszültséggenerátorok



A forrásfeszültségek összeadódnak, az eredő belső ellenállás pedig a belső ellenállások soros eredője:

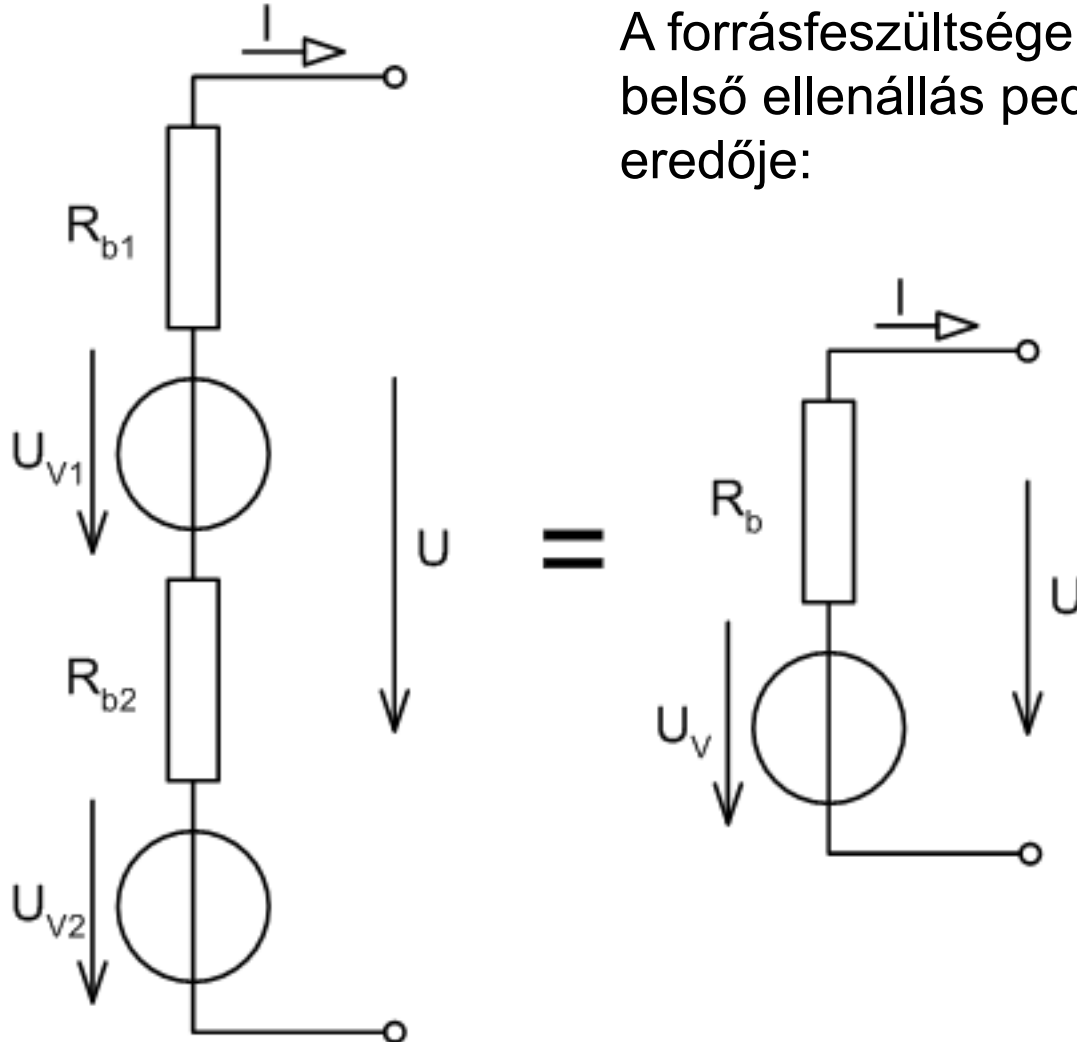
$$R_b = R_{b1} + R_{b2}$$

$$U_V = U_{V1} + U_{V2}$$

Általánosítva:

$$R_b = \sum_{k=1}^n R_{bk}$$

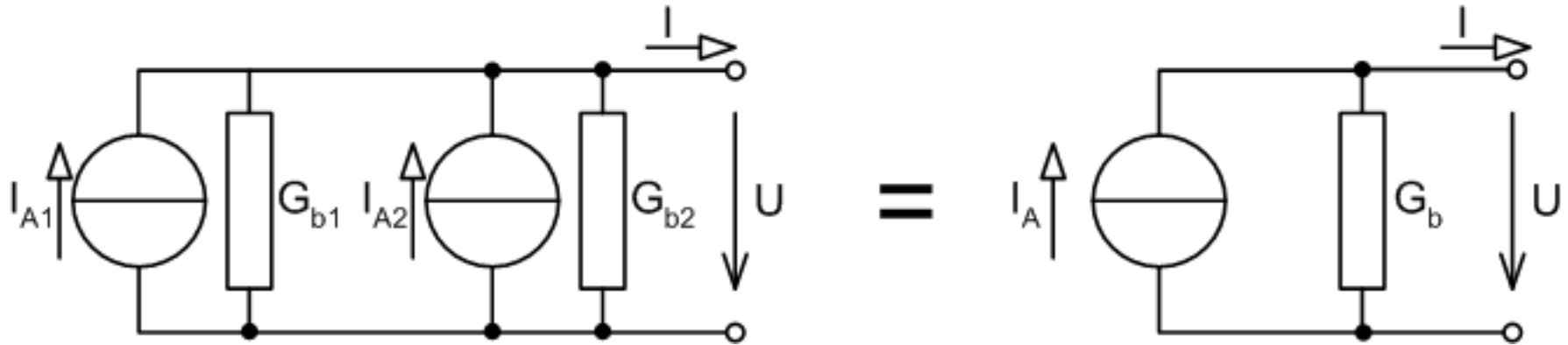
$$U_V = \sum_{k=1}^n U_{Vk}$$



Párhuzamosan kapcsolt áramgenerátorok



A forrásáramok összeadódnak, az eredő belső konduktancia pedig a belső konduktanciák párhuzamos eredője.



$$G_b = G_{b1} + G_{b2},$$

$$I_A = I_{A1} + I_{A2}$$

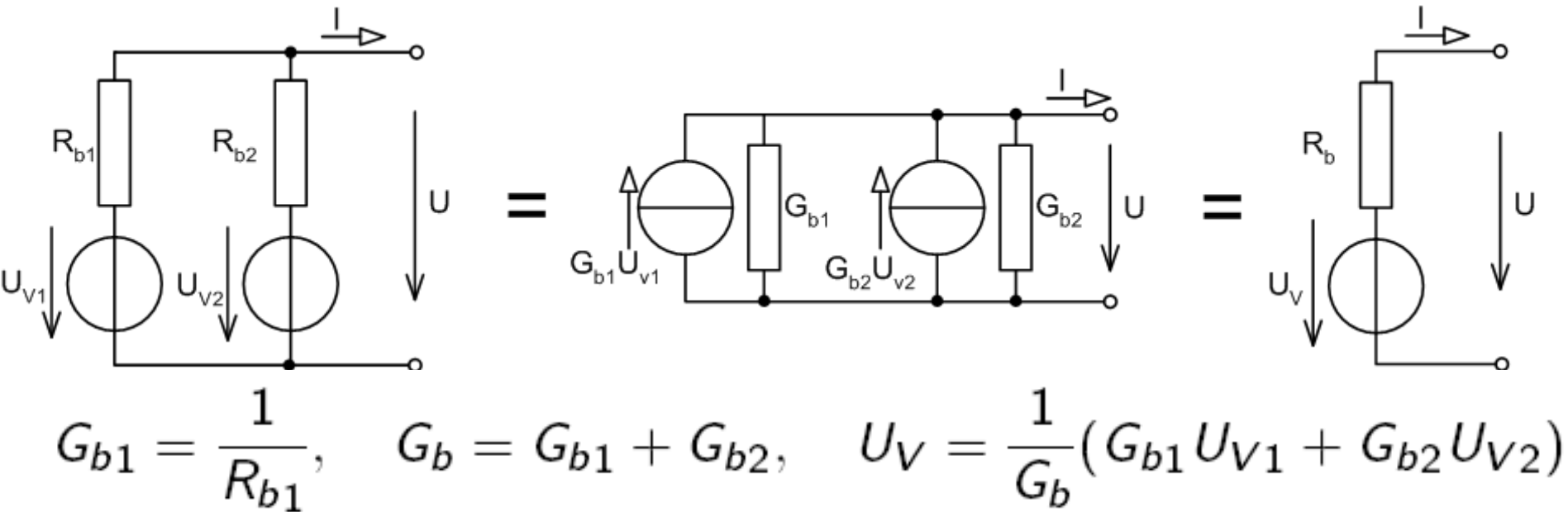
$$G_b = \sum_{k=1}^n G_{bk}$$

$$I_A = \sum_{k=1}^n I_{Ak}$$

Párhuzamosan kapcsolt feszültséggenerátorok



Párhuzamosan kapcsolt feszültséggenerátorokat helyettesíthetjük Norton ekvivalensükkel.

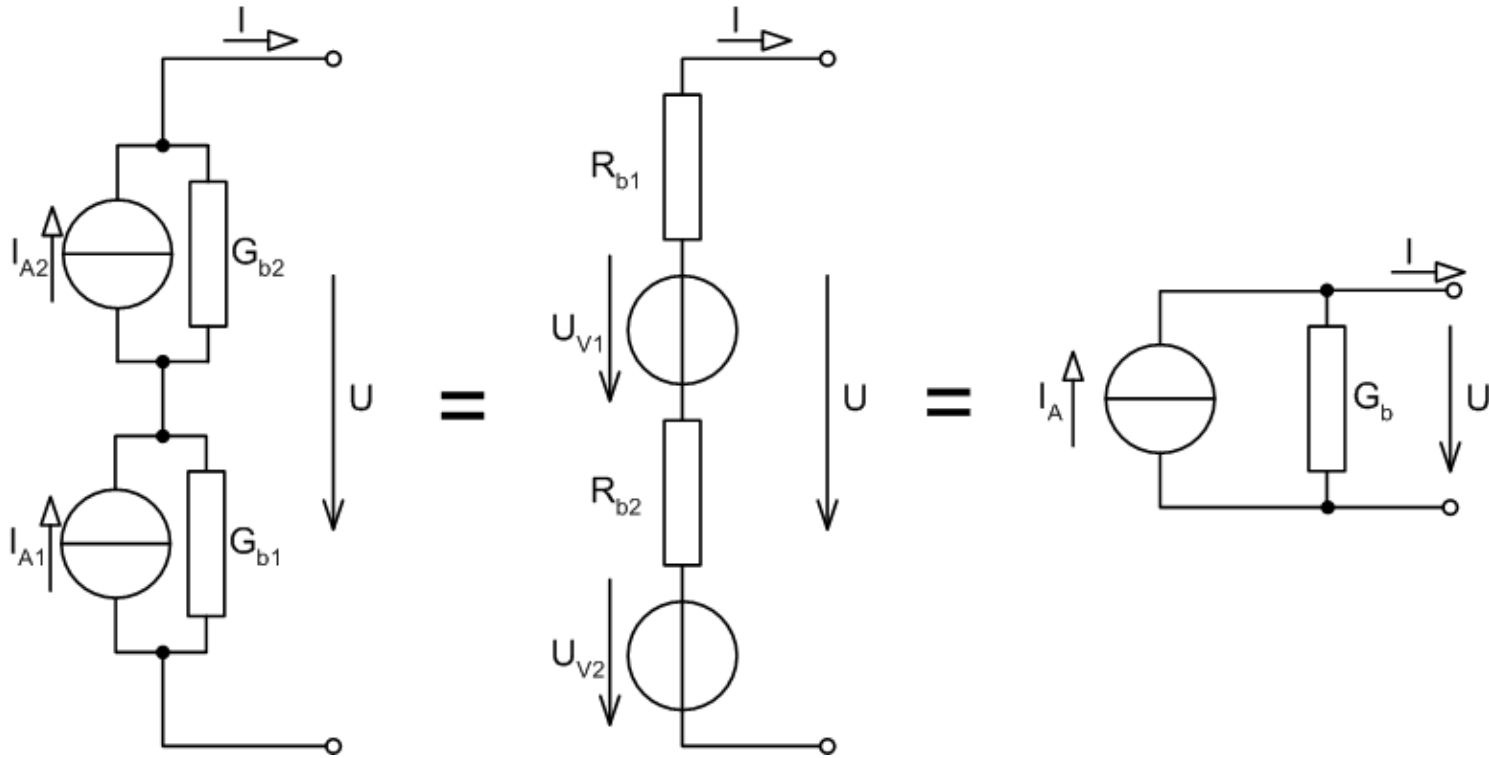


$$I_A = \sum_{k=1}^n G_{bk} U_{V k} \quad G_b = \sum_{k=1}^n G_{bk}, \quad U_V = \frac{1}{G_b} \sum_{k=1}^n G_{bk} U_{V k}$$

Sorba kapcsolt áramgenerátorok



A sorba kapcsolt áramgenerátorokat helyettesíthetjük Thévenin ekvivalensükkel.

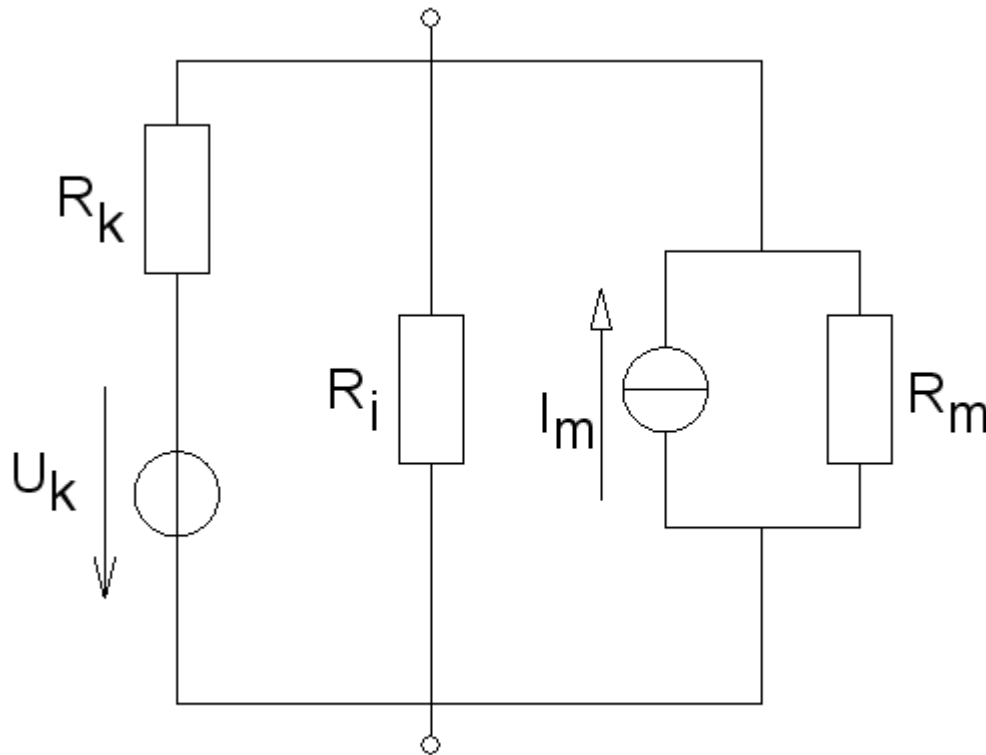


$$U_V = \sum_{k=1}^n R_{bk} I_{Ak},$$

$$R_b = \sum_{k=1}^n R_{bk},$$

$$I_A = \frac{1}{R_b} \sum_{k=1}^n R_{bk} I_{Ak}$$

Millmann tétele, vagy csillagpont eltolódás tétele



$$U = \frac{\sum \frac{\pm U_k}{R_k} + \sum \pm I_m}{\sum \frac{1}{R_k} + \sum \frac{1}{R_i} + \sum \frac{1}{R_m}}$$



Áttekintés



- Alaptörvények
- Lineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása
- Nemlineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása
 - Nemlineáris rezisztív kétpólusok osztályozása
 - Alaptörvények
 - A munkapont
 - Az eredő karakterisztika megszerkesztése

Nemlineáris egyenáramú hálózatok elemi számítása



- A hálózat tartalmaz olyan kétpólust, amelynek karakterisztikája nem lineáris, azaz $U \neq RI + U_0$, illetve $I \neq GU + I_0$
- Nemlineáris hálózatokra nem teljesül a szuperpozíció elve
- Nemlineáris kétpólus karakterisztikájának alakja $F_k(U_k, I_k)=0$, de a gyakorlatban legtöbbször explicit alakba írható: $U_k = f_k(I_k)$, vagy $I_k = h_k(U_k)$

Nemlineáris egyenáramú hálózatok számításának alapfeladata

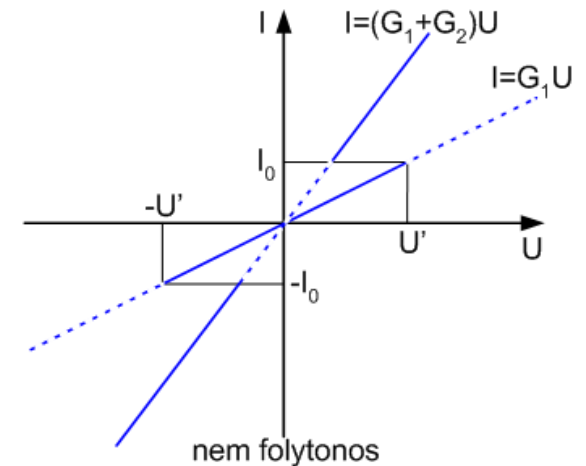
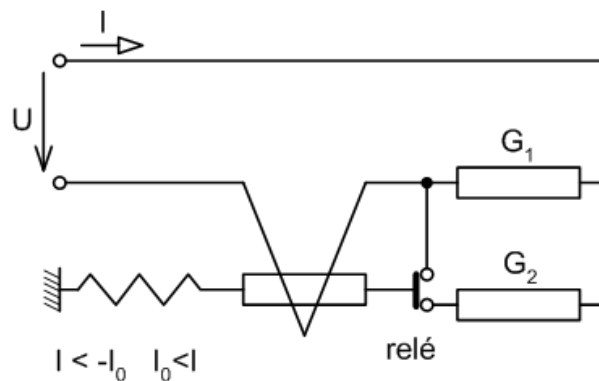
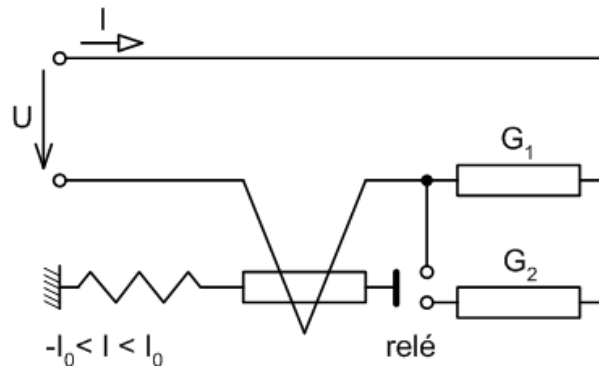
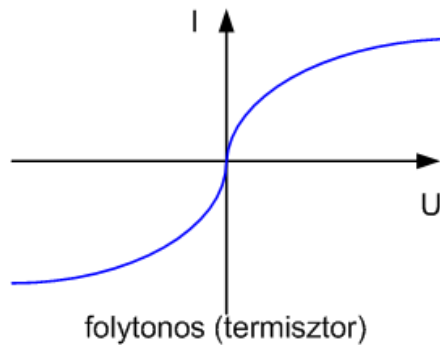


- A hálózat struktúrájának és az egyes elemek karakterisztikájának ismeretében határozzuk meg bizonyos hálózati elemek feszültségét és áramát.

Nemlineáris rezisztív kétpólusok osztályozása



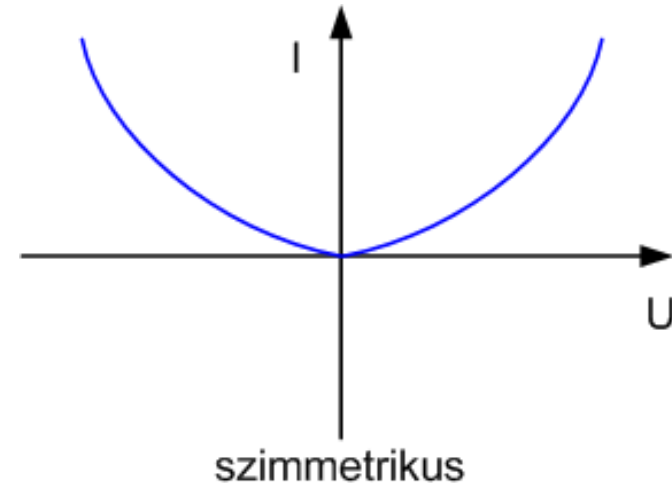
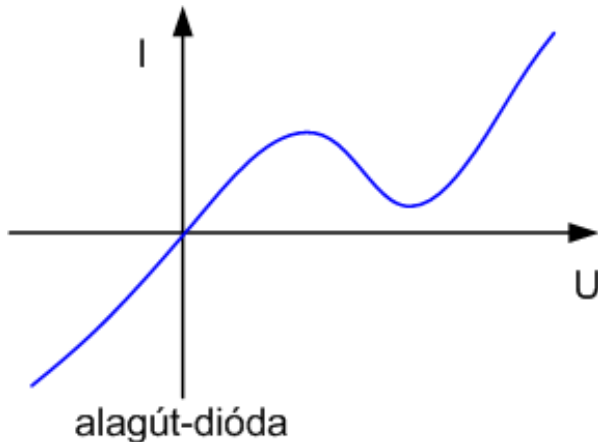
- Karakterisztika folytonossága alapján: folytonos és nem folytonos



Nemlineáris rezisztív kétpólusok osztályozása



- Karakterisztika értékűsége alapján: kölcsönösen egyértékű, valamely változójára nézve egyértékű (fesz. vagy áramvezérelt), és többértékű



- Szimmetria alapján szimmetrikus, és nonszimmetrikus
- Számítástechnikai szempontból: szakaszonként lineáris, vagy általános
- Megoldási mód tekintetében: analitikus, vagy numerikus
- Energetikai szempontból: aktív, vagy passzív



Alaptörvények

- Kirchoff csomóponti törvénye:

$$\sum_k I_k = 0$$

- Kirchoff huroktörvénye:

$$\sum_k U_k = 0$$

- Az ágtörvények a kétpólus karakterisztikájától függenek:

$$U_k = R_k \cdot I_k,$$

$$I_k = G_k \cdot U_k$$

$$U_k = U_{V_k} + R_k \cdot I_k,$$

$$I_k = I_{A_k} + G_k \cdot U_k$$

$$U_k = f(I_k),$$

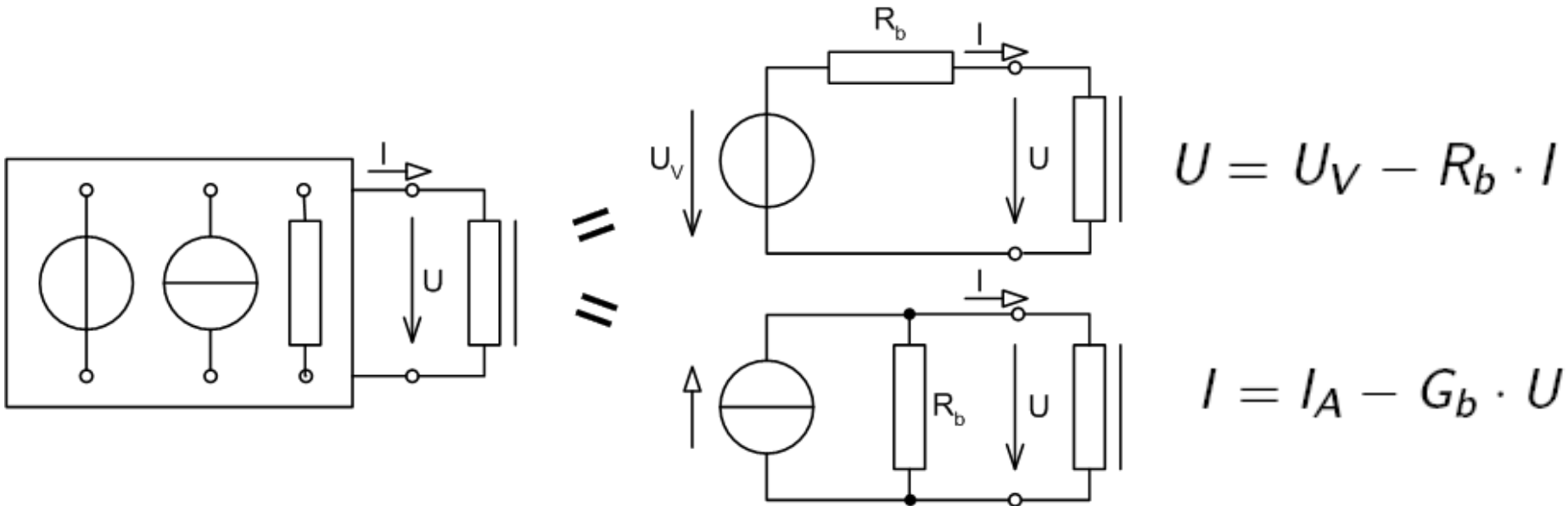
$$I_k = h(U_k)$$

$$F_k(U_k, I_k) = 0$$



A munkapont

- A hálózatot alkotó kétpólusok tényleges feszültség és áramértékei határozzák meg.
- Ha csak egy nemlineáris ellenállás van, a hálózat lineáris részét Thévenin, vagy Norton ekvivalensével helyettesítjük.

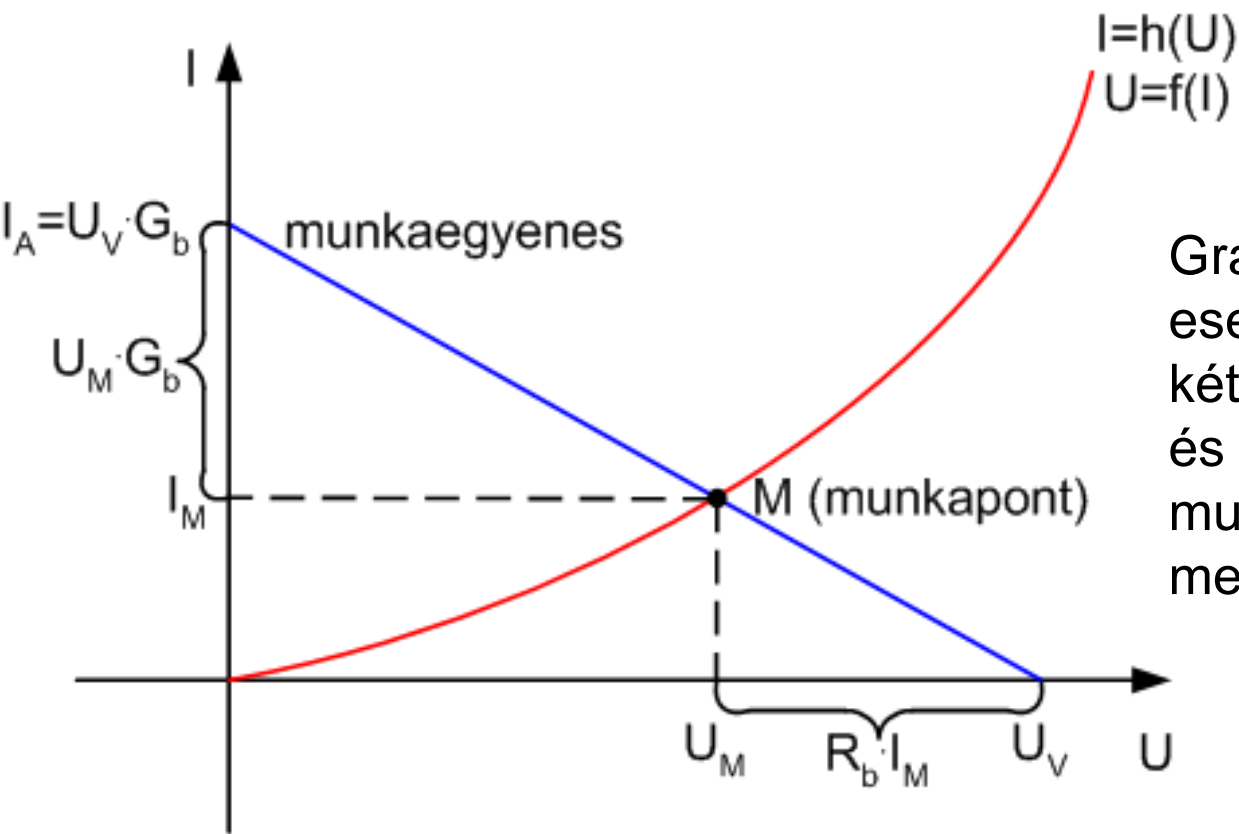




A munkapont

- Ismert a kétpólus karakterisztikája:
 $U = f(I)$, vagy $I = h(U)$
- Ekkor a munkaponti feszültség, illetve áram:

$$U = U_V - R_b h(U), \text{ illetve } I = I_A - G_b f(I)$$

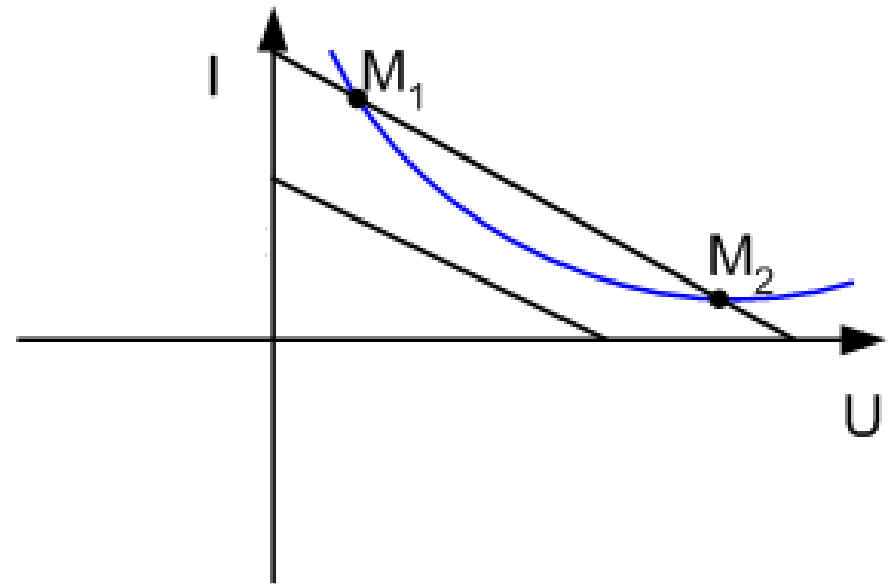
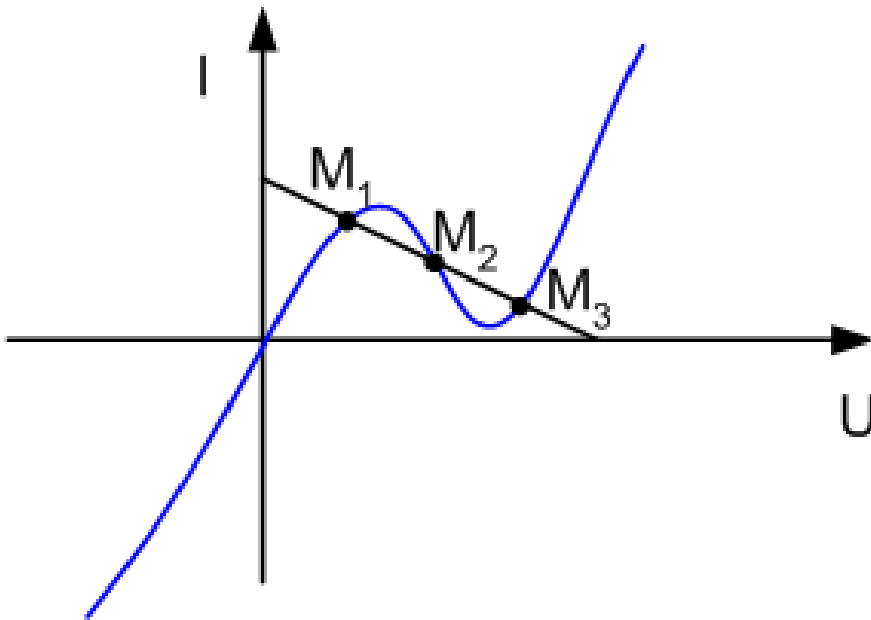


Grafikus karakterisztika esetén a nemlineáris kétpólus karakterisztikájának és a lineáris hálózat munkaegyenesének metszéspontja a munkapont.

A munkapont



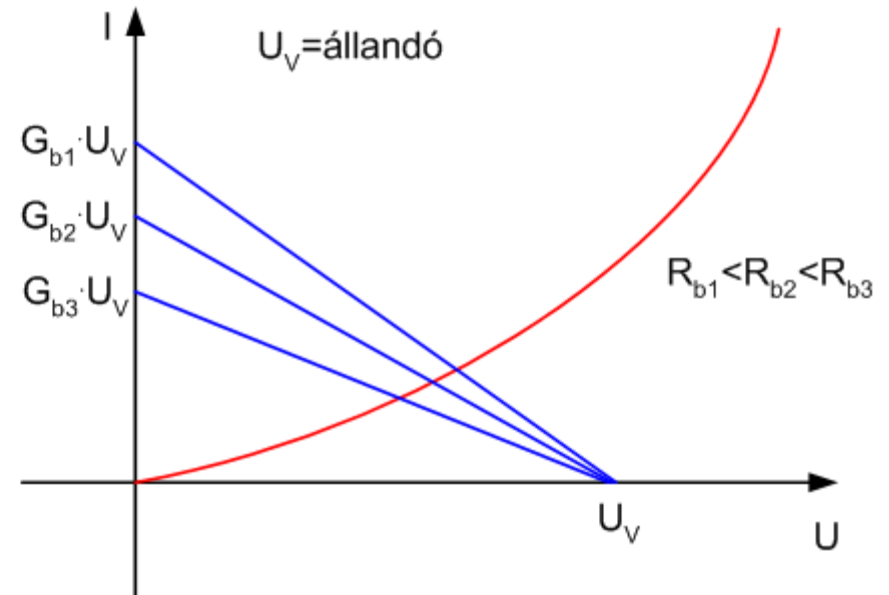
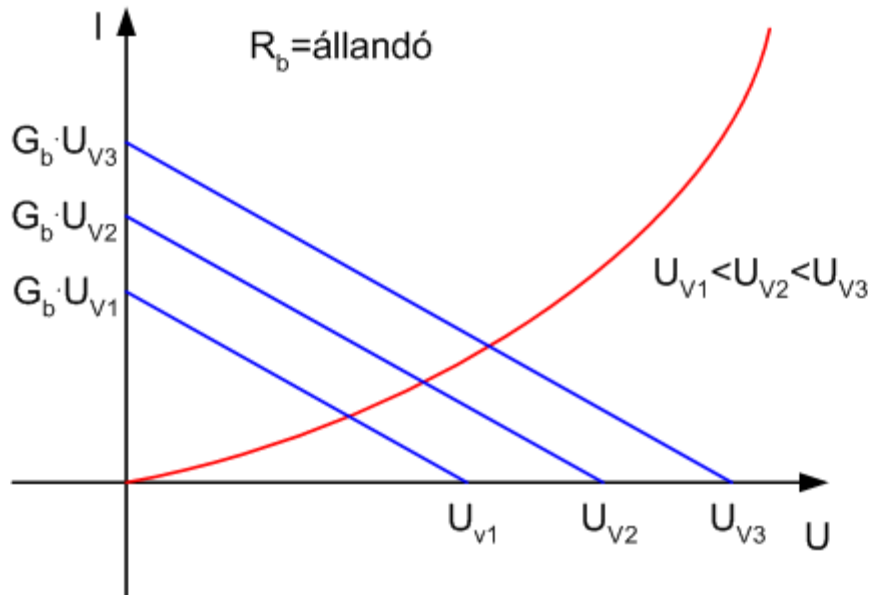
Amikor több munkapont van, vagy nincs munkapont



A munkapont



- A munkaegyenes transzformációi: U_V , illetve R_b változtatásával :



Nemlineáris eredő karakterisztika szerkesztése

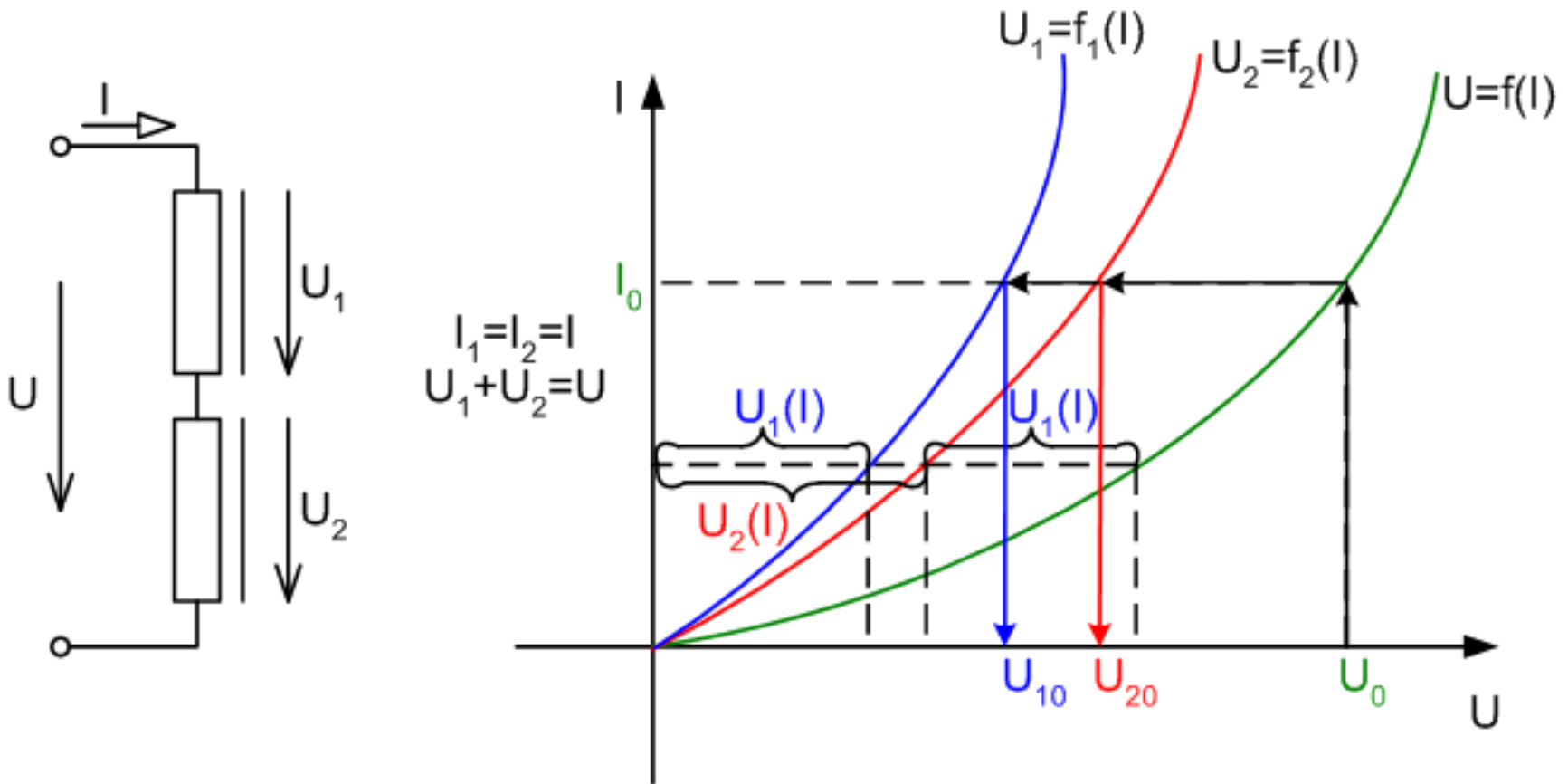


- Ha több, grafikusán adott karakterisztikájú nemlineáris kétpólust is tartalmaz a hálózat, eredő karakterisztikájukat szerkeszteni kell.
- Sorba kapcsolt nemlineáris ellenállások esetén az azonos ordináta értékekhez tartozó abszcissa értékeket kell összeadni. (Azonos áram folyik rajtuk, és feszültségeik összeadódnak.) Adott U_0 feszültséghez meghatározható az I_0 áram, és az U_{10} , U_{20} részfeszültségek.

Nemlineáris eredő karakterisztika szerkesztése – soros kapcsolás



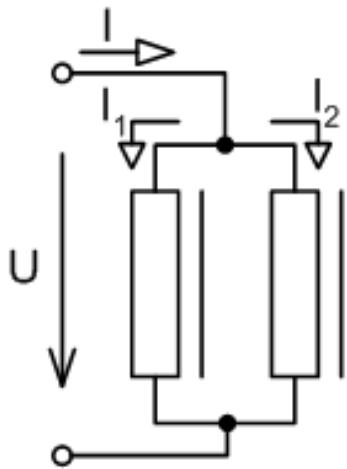
- Azonos az áram, feszültségek összeadódnak



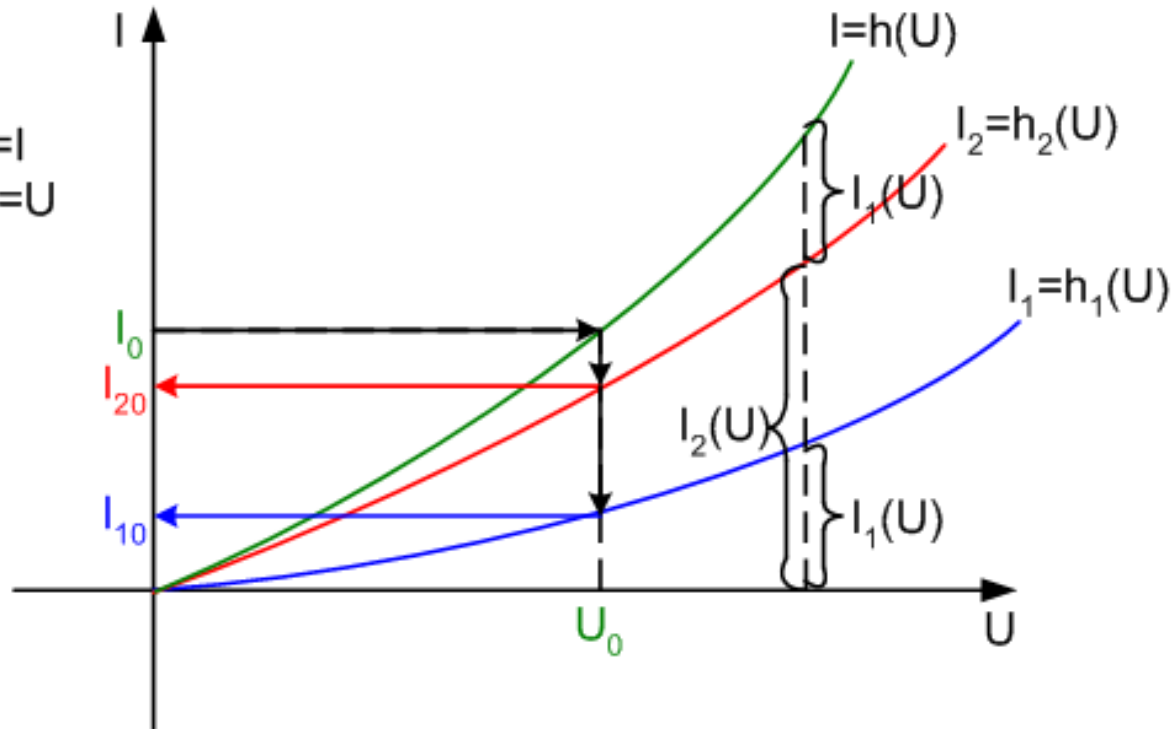
Nemlineáris eredő karakterisztika szerkesztése – párhuzamos kapcs.



- Azonos a feszültség, és összeadódik az áram.



$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I \\ U_1 &= U_2 = U \end{aligned}$$



Adott I_0 esetén meghatározhatjuk az U_0 feszültséget és az I_{10} , I_{20} részáramokat.