Név: ....

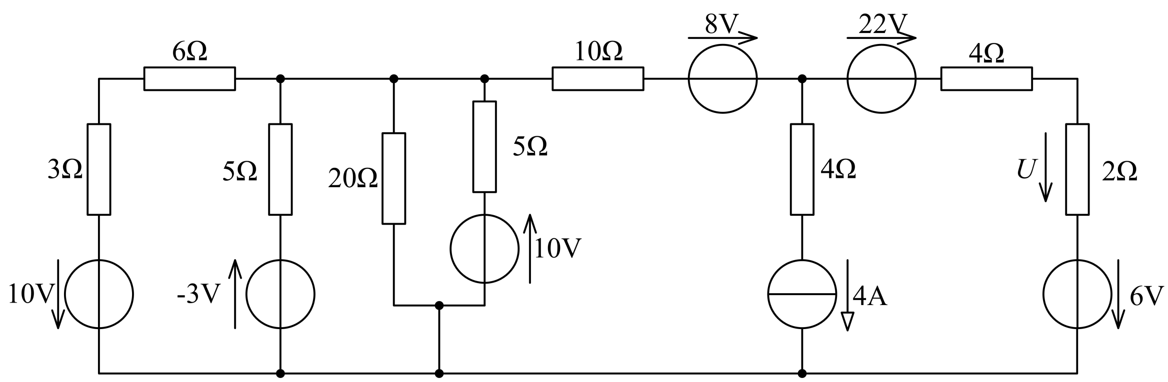
Neptun kód: ....

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$
18	12	16	16	20	18	100

Elektromosságtan

Zárthelyi dolgozat, 2009. december 1.
munkaidő: 110 perc

1. (18 pont) Határozza meg a 2 Ω-os ellenállás U feszültségét az adott referenciában a szuperpozíció tétele segítségével!



Megoldás:

$$\underline{\underline{U}} = 10\text{V}\tfrac{5\times20\times5\times(10+4+2)}{5\times20\times5\times(10+4+2)+3+6}\cdot\tfrac{2}{10+4+2} + 3\text{V}\tfrac{(6+3)\times20\times5\times(10+4+2)}{(6+3)\times20\times5\times(10+4+2)+5}\cdot\tfrac{2}{10+4+2} -$$

$$-10\text{V}\tfrac{(6+3)\times20\times5\times(10+4+2)}{(6+3)\times20\times5\times(10+4+2)+5}\cdot\tfrac{2}{10+4+2} - 8\text{V}\tfrac{2}{2+4+10+5\times20\times5\times(6+3)} -$$

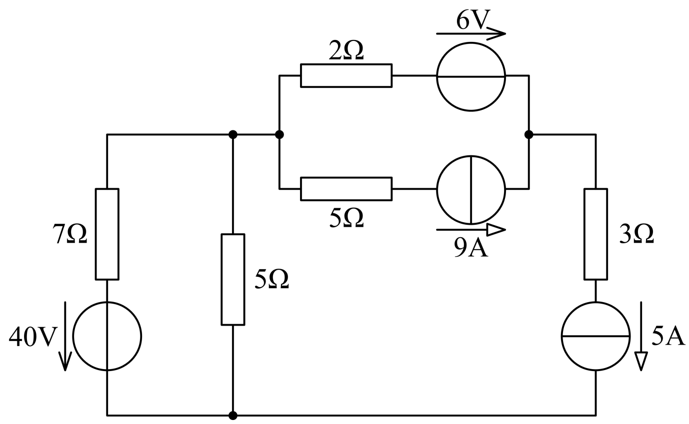
$$-4\text{A}\tfrac{(6+3)\times5\times20\times5+10}{(6+3)\times5\times20\times5+10+4+2}\cdot 2 - 22\text{V}\tfrac{2}{2+4+10+5\times20\times5\times(6+3)} -$$

$$-6\text{V}\tfrac{2}{2+4+10+5\times20\times5\times(6+3)} = \qquad \text{(10 pont)}$$

$$= 10\cdot0.02227+3\cdot0.0401-10\cdot0.0401-8\cdot0.1125-4\cdot1.3252-22\cdot0.1125-6\cdot0.1125 = \underline{\underline{-9.408\ \text{V}}}$$

(8 pont)

2. (12 pont) A *csomóponti potenciálok módszere* alkalmazásával határozza meg a 7 Ω-os és a 2 Ω-os ellenállások teljesítményének előjeles értékét fogyasztói referenciában!



Megoldás:

Két darab csomóponti egyenlet:

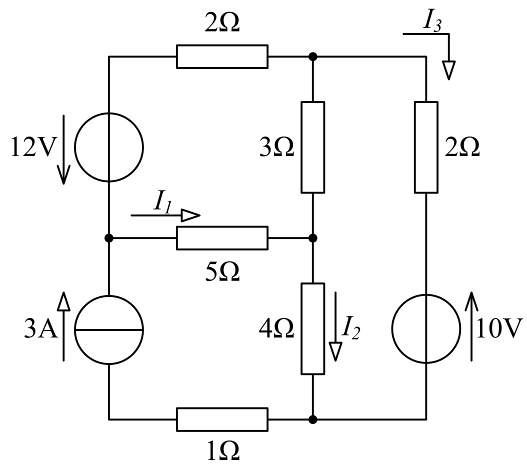
$$\begin{aligned} I: \quad & \tfrac{\Phi_1-40}{7} + \tfrac{\Phi_1-\Phi_2-6}{2} + 9 + \tfrac{\Phi_1}{5} &= 0 \\ II: \quad & 5 - 9 + \tfrac{\Phi_2-\Phi_1+6}{2} &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(4 pont)}$$

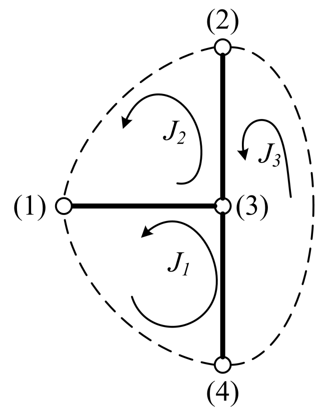
Ebből $\Phi_1 = 2.083$ V, és $\Phi_2 = 4.083$ V. (4 pont)

A keresett teljesítmények pedig:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{P_{7\Omega}}} &= \tfrac{(\Phi_1-40)^2}{7} = \underline{\underline{205.38 \text{ W}}} \\ \underline{\underline{P_{2\Omega}}} &= \tfrac{(\Phi_1-\Phi_2-6)^2}{2} = \underline{\underline{32 \text{ W}}} \end{aligned} \qquad \text{(4 pont)}$$

3. (16 pont) A *hurokáramok módszere* alkalmazásával határozza meg a bejelölt I_1, I_2 és I_3 ágáramok előjeles értékét!





Megoldás:

Három darab hurokegyenlet plusz egy:

$$\begin{aligned}
I: \quad & J_1(1+4+5) + J_2(-5) + J_3(-4) &=& \; U_{3A} \\
II: \quad & J_1(-5) + J_2(5+3+2) + J_3(-3) &=& \; -12 \\
III: \quad & J_1(-4) + J_2(-3) + J_3(4+3+2) &=& \; -10 \\
& J_1 &=& \; -3 \text{ A}
\end{aligned}$$

(7 pont)

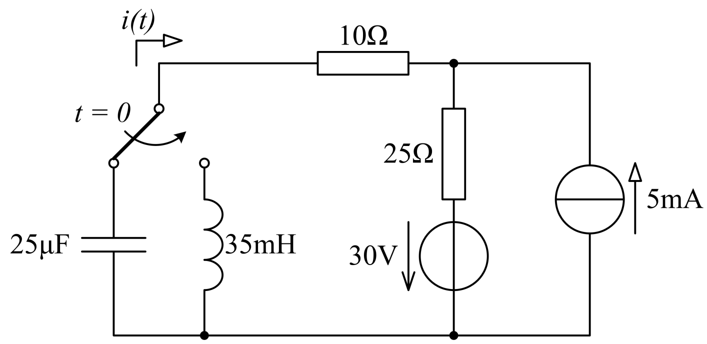
Ebből $J_1 = -3$ A, $\quad J_2 = -3.81$ A, $\quad J_3 = -3.716$ A, $\quad U_{3A} = 3.938$ V. (5 pont)

A keresett ágáramok:

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{\underline{I_1}}} &= J_2 - J_1 = \underline{\underline{\underline{-0.81 \text{ A}}}} \\
\underline{\underline{\underline{I_2}}} &= J_3 - J_1 = \underline{\underline{\underline{-0.716 \text{ A}}}} \\
\underline{\underline{\underline{I_3}}} &= -J_3 = \underline{\underline{\underline{3.716 \text{ A}}}}
\end{aligned}$$

(4 pont)

4. (16 pont) Hálózatunkban már beállt az állandósult állapot, amikor a $t = 0$ időpillanatban átkapcsoljuk a kapcsolót. Határozza meg az $i(t)$ áram időfüggvényét a $[0, \infty)$ időintervallumon!



Megoldás:

Egytárolós a hálózat (!), tehát a megoldás $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{T}}$ alakú.

$$R_b = 10 + 25 = 35\ \Omega \quad \Rightarrow \quad T = \frac{L}{R_b} = 10^{-3}\ \text{s}$$

(4 pont)

Az $i(t)$ áram megegyezik a tekercs áramával, ha $t \geq 0$, tehát

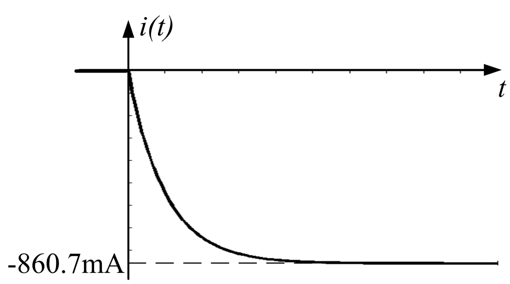
$$\left.\begin{array}{rcll} i(0-) & = & i(0+) = 0\ \text{A} & = A + B \\ i(\infty) & = & \frac{-30}{25+10} - 5 \cdot 10^{-3} \frac{25}{25+10} = -860.7\ \text{mA} & = A \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \begin{array}{rcl} A & = & -860.7 \\ B & = & 860.7 \end{array}$$

(8 pont)

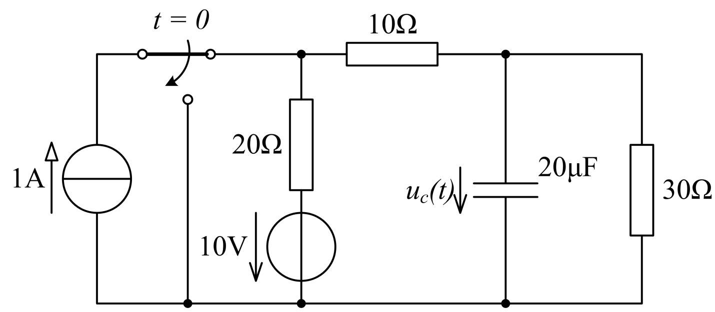
Visszahelyettesítve:

$$\underline{\underline{i(t) = -860.7 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1\text{ms}}}\right)\ \text{mA},}} \quad t \geq 0$$

(4 pont)



5. (20 pont) Hálózatunkban már beállt az állandósult állapot, amikor a $t = 0$ időpillanatban átkapcsoljuk a kapcsolót. Határozza meg a 30 Ω-os ellenálláson a $[0\text{s}, 0.3\text{ms}]$ időintervallumon hővé alakuló energiát!



Megoldás:

Az ellenállás párhuzamosan kapcsolódik a kondenzátorhoz, tehát a feszültségük megegyezik. Alakja $u_c(t) = A + Be^{-\frac{t}{T}}$.

$$R_b = 30 \times (10 + 20) = 15\ \Omega \quad \Rightarrow \quad T = C \cdot R_b = 0.3\ \text{ms} \qquad \text{(3 pont)}$$

A kezdeti- és kiindulási értékek, illetve a $t \to \infty$-ben felvett érték:

$$\begin{aligned} u_c(0-) &= u_c(0+) = 1\tfrac{20}{20+10+30} \cdot 30 + 10\tfrac{30}{10+20+30} &&= 15\ \text{V} = A + B \\ u_c(\infty) &= 10\tfrac{30}{10+20+30} &&= 5\ \text{V} = A \end{aligned} \qquad \text{(6 pont)}$$

Az ellenállás feszültsége

$$u_c(t) = 5 + 10e^{-\frac{t}{0.3\text{ms}}}\ \text{V}, \quad t \geq 0 \qquad \text{(2 pont)}$$

Az ellenállás pillanatnyi teljesítménye

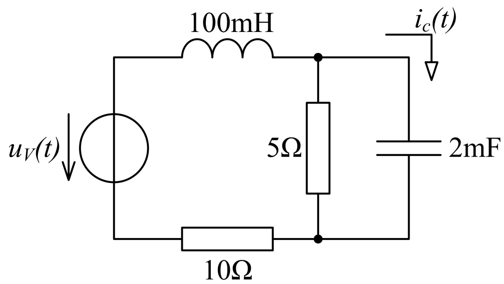
$$p_{30\Omega}(t) = \frac{1}{30}\left(5 + 10e^{-\frac{t}{0.3\text{ms}}}\right)^2 = \frac{25}{30}\left(1 + 4e^{-\frac{t}{0.3\text{ms}}} + 4e^{-\frac{2t}{0.3\text{ms}}}\right)\ \text{W}, \quad t \geq 0 \qquad \text{(4 pont)}$$

A keresett energia pedig:

$$\underline{\underline{W}} = \frac{25}{30}\int_0^{0.3\text{ms}} \left(1 + 4e^{-\frac{t}{0.3\text{ms}}} + 4e^{-\frac{2t}{0.3\text{ms}}}\right) dt =$$

$$= \frac{25}{30}\left(0.3 - 1.2\left(\frac{1}{e} - 1\right) - 0.6\left(\frac{1}{e^2} - 1\right)\right) \cdot 10^{-3}\ \text{J} \approx \underline{\underline{1.314\ \text{mJ}}} \qquad \text{(5 pont)}$$

6. (18 pont) *Komplex impedanciákkal* számolva határozza meg a bejelölt $i_c(t)$ áram valós pillanatértékét!



$$u_V(t) = 60\sqrt{2}\sin(\omega t + \tfrac{\pi}{4})\ \mathrm{V}$$
$$\omega = 100\ \mathrm{rad/s}$$

Megoldás:

A forrásfeszültség komplex effektív értéke, illetve az eredő impedancia

$$\overline{U}_V = 60e^{\mathrm{j}45^\circ}\ \mathrm{V}$$
$$\overline{Z} = \mathrm{j}10 + (5 \times (-\mathrm{j}5)) + 10 = 12.5 + \mathrm{j}7.5 = \sqrt{12.5^2 + 7.5^2} \cdot e^{\mathrm{j\ arctg}(\frac{7.5}{12.5})^\circ} = 14.58e^{\mathrm{j}30.96^\circ}\Omega$$

(7 pont)

Ebből a forrás árama, illetve a kondenzátor árama

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}_V}{\overline{Z}} = \frac{60e^{\mathrm{j}45^\circ}}{14.58e^{\mathrm{j}30.96^\circ}} = 4.12e^{\mathrm{j}14.1^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\overline{I}_c = \overline{I} \cdot \frac{\overline{Z}_{5\Omega}}{\overline{Z}_{5\Omega} + \overline{Z}_C} = 4.12e^{\mathrm{j}14.1^\circ} \cdot \frac{5}{5-\mathrm{j}5} = 2.91e^{\mathrm{j}59^\circ}\ \mathrm{A}$$

(8 pont)

Ez azt jelenti, hogy $\underline{\underline{i_c(t) = 2.91\sqrt{2}\sin(\omega t + 59^\circ)\ \mathrm{A}}}$.

(3 pont)