Név: ....

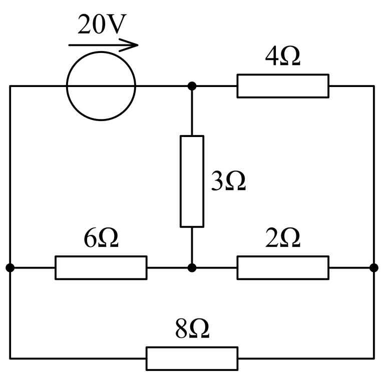
Neptun kód: ....

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	$\sum$
12	13	10	15	17	10	11	12	100

Elektromosságtan

Vizsgazárthelyi dolgozat, 2009. december 16.
munkaidő: 160 perc

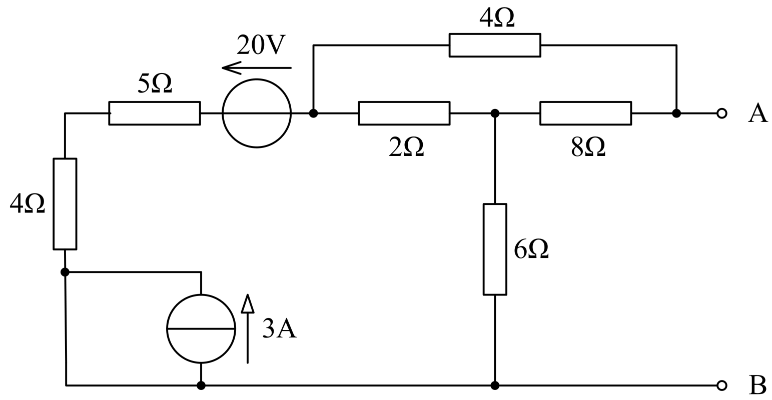
1. (12 pont) Határozza meg a 2 Ω-os ellenállás teljesítményének előjeles értékét fogyasztói referenciában!



Megoldás:

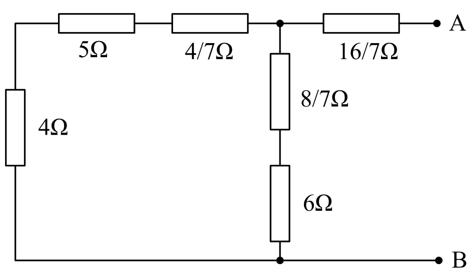
Mivel a $6, 8, 4, 3$ Ω-os ellenállások kiegyenlített Wheatstone-hidat alkotnak, a 2 Ω-os ellenállás árama 0 A, a teljesítménye pedig $\underline{\underline{\underline{0\ \mathrm{W}}}}$ (12 pont)

2. (13 pont) Határozza meg az alábbi hálózat A-B pólusokra vonatkozó Thévenin-ekvivalensét!



Megoldás:

A feladat az A-B polusok közti feszültséggenerátor belső ellenállásának, illetve üresjárási feszültségének meghatározása.
Az R_b belső ellenálláshoz a $2, 4, 8$ Ω-os ellenállásokból álló háromszöget célszerű átalakítani csillaggá: (4 pont)



$$\underline{\underline{R_b}} = \frac{16}{7} + (\frac{8}{7} + 6) \times (\frac{4}{7} + 5 + 4) = \underline{\underline{6.376\ \Omega}}$$

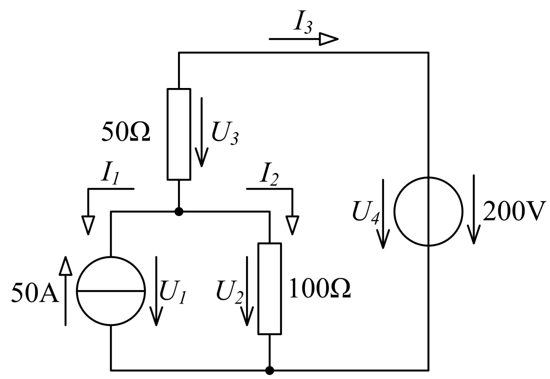
Az üresjárási feszültség pedig a $\frac{8}{7}$ Ω-os és a

6 Ω-os ellenállások soros eredőjén eső feszültség:

$$\underline{\underline{U_V}} = 20 \cdot \frac{\frac{8}{7}+6}{\frac{8}{7}+6+4+5+\frac{4}{7}} = \underline{\underline{8.547\ \mathrm{V}}}$$

(4+5 pont)

3. (10 pont) A *csomóponti potenciálok módszere* alkalmazásával határozza meg a hálózat bejelölt ágfeszültségeit és ágáramait!



Megoldás:

Egy darab csomóponti egyenlet:

$$I: \quad -50 + \tfrac{\Phi_1}{100} + \tfrac{\Phi_1 - 200}{50} \quad = \quad 0 \qquad \text{(3 pont)}$$

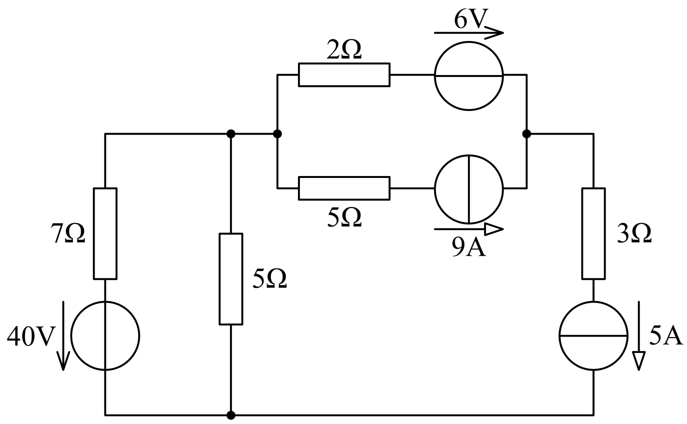
Ebből $\Phi_1 = 1800$ V. (3 pont)

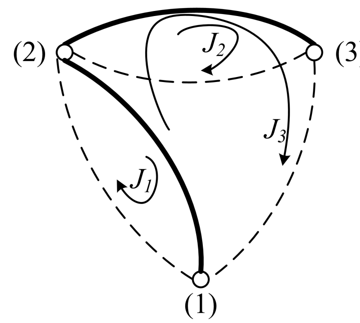
A keresett ágáramok és ágfeszültségek pedig:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\underline{I_1}}} &= & &\underline{\underline{\underline{-50\ \text{A}}}} \\ \underline{\underline{\underline{I_2}}} &= \tfrac{\Phi_1}{100} &= &\underline{\underline{\underline{18\ \text{A}}}} \\ \underline{\underline{\underline{I_3}}} &= \tfrac{\Phi_1-200}{50} &= &\underline{\underline{\underline{32\ \text{A}}}} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \underline{\underline{\underline{U_1}}} &= \Phi_1 &= &\underline{\underline{\underline{1800\ \text{V}}}} \\ \underline{\underline{\underline{U_2}}} &= \Phi_1 &= &\underline{\underline{\underline{1800\ \text{V}}}} \\ \underline{\underline{\underline{U_3}}} &= -(\Phi_1 - 200) &= &\underline{\underline{\underline{-1600\ \text{V}}}} \\ \underline{\underline{\underline{U_4}}} &= & &\underline{\underline{\underline{200\ \text{V}}}} \end{aligned}$$

(4 pont)

4. (15 pont) A *hurokáramok módszere* alkalmazásával határozza meg a 7 Ω-os és a 2 Ω-os ellenállások teljesítményének előjeles értékét fogyasztói referenciában!





Megoldás:

Három darab hurokegyenlet plusz kettő:

$$\begin{aligned}
I: \quad J_1(5+7) + J_2(0) + J_3(-5) &= 40 \\
II: \quad J_1(0) + J_2(2+5) + J_3(2) &= U_{9A} - 6 \\
III: \quad J_1(-5) + J_2(2) + J_3(5+2+3) &= -U_{5A} - 6 \\
J_2 &= -9\text{ A} \\
J_3 &= 5\text{ A}
\end{aligned}$$

(5 pont)

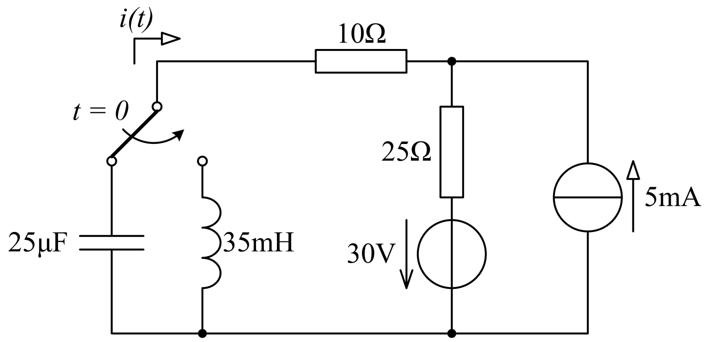
Ebből $J_1 = 5.416$ A, $J_2 = -9$ A, $J_3 = -5$ A, $U_{9A} = -47$ V, $U_{5A} = -10.92$ V.
(6 pont)

A keresett teljesítmények pedig:

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{P_{7\Omega}}} &= J_1^2 \cdot 7 = \underline{\underline{205.38\text{ W}}} \\
\underline{\underline{P_{2\Omega}}} &= (J_2 + J_3)^2 \cdot 2 = \underline{\underline{32\text{ W}}}
\end{aligned}$$

(4 pont)

5. (17 pont) Hálózatunkban már beállt az állandósult állapot, amikor a $t = 0$ időpillanatban átkapcsoljuk a kapcsolót. Határozza meg az $i(t)$ áram időfüggvényét a $[0, \infty)$ időintervallumon!



Megoldás:

Egytárolós a hálózat (!), tehát a megoldás $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{T}}$ alakú.

$$R_b = 10 + 25 = 35\ \Omega \quad \Rightarrow \quad T = \frac{L}{R_b} = 10^{-3}\ \text{s}$$

(5 pont)

Az $i(t)$ áram megegyezik a tekercs áramával, ha $t \geq 0$, tehát

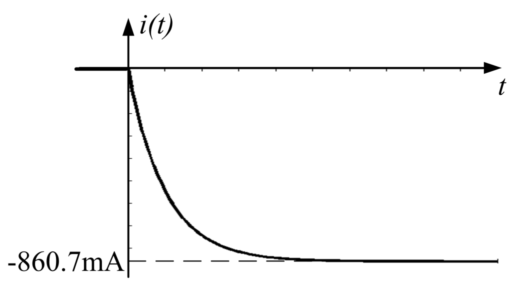
$$\left.\begin{array}{rcll} i(0-) & = & i(0+) = 0\ \text{A} & = A + B \\ i(\infty) & = & \frac{-30}{25+10} - 5 \cdot 10^{-3} \frac{25}{25+10} = -860.7\ \text{mA} & = A \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \begin{array}{rcl} A & = & -860.7 \\ B & = & 860.7 \end{array}$$

(8 pont)

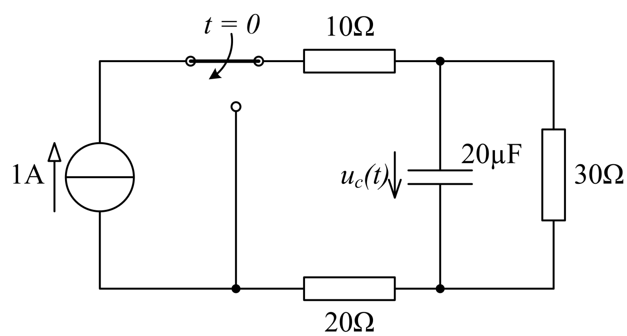
Visszahelyettesítve:

$$\underline{\underline{i(t) = -860.7 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1\text{ms}}}\right)\ \text{mA},}} \quad t \geq 0$$

(4 pont)



6. (10 pont) Hálózatunkban már beállt az állandósult állapot, amikor a $t = 0$ időpillanatban átkapcsoljuk a kapcsolót. Határozza meg a kapcsolás után a 30 Ω-os ellenálláson hővé alakuló energiát!



Megoldás:

Mivel a kapcsolás után a hálózat nem tartalmaz forrást, ezért a $[0, \infty)$ időintervallumon csak a kondenzátor által a $t = 0$-ban tárolt energia alakul hővé (teljes egészében a 30 Ω-os ellenálláson).

(2 pont)

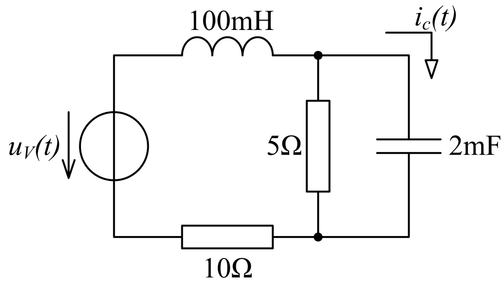
Ehhez a kondenzátor $t = 0$-beli feszültségére van szükség:

$$u_c(0\pm) = 1 \cdot 30 = 30 \text{ V}$$ (4 pont)

Ebből a keresett energia

$$\underline{\underline{W_{30\Omega} = \frac{1}{2} C \cdot u_c(0)^2 = 9 \text{ mJ}}}$$ (4 pont)

7. (11 pont) *Komplex impedanciákkal* számolva határozza meg a bejelölt $i_c(t)$ áram valós pillanatértékét!



$$u_V(t) = 60\sqrt{2}\sin(\omega t + \tfrac{\pi}{2})\ \text{V}$$
$$\omega = 100\ \text{rad/s}$$

Megoldás:

A forrásfeszültség komplex effektív értéke, illetve az eredő impedancia

$$\overline{U}_V = 60e^{\text{j}90^\circ}\ \text{V}$$
$$\overline{Z} = \text{j}10 + (5 \times (-\text{j}5)) + 10 = 12.5 + \text{j}7.5 = \sqrt{12.5^2 + 7.5^2} \cdot e^{\text{j}\ \text{arctg}(\frac{7.5}{12.5})^\circ} = 14.58e^{\text{j}30.96^\circ}\Omega$$

(4 pont)

Ebből a forrás árama, illetve a kondenzátor árama

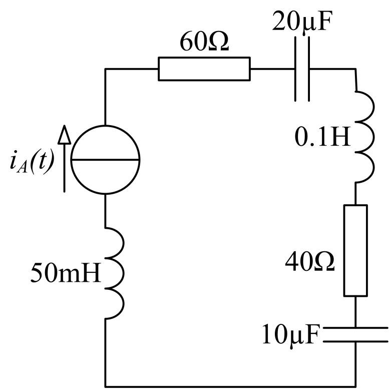
$$\overline{I} = \frac{\overline{U}_V}{\overline{Z}} = \frac{60e^{\text{j}90^\circ}}{14.58e^{\text{j}30.96^\circ}} = 4.12e^{\text{j}59.1^\circ}\ \text{A}$$
$$\overline{I}_c = \overline{I} \cdot \frac{\overline{Z}_{5\Omega}}{\overline{Z}_{5\Omega} + \overline{Z}_C} = 4.12e^{\text{j}59.1^\circ} \cdot \frac{5}{5-\text{j}5} = 2.91e^{\text{j}104.1^\circ}\ \text{A}$$

(5 pont)

Ez azt jelenti, hogy $\underline{\underline{i_c(t) = 2.91\sqrt{2}\sin(\omega t + 104.1^\circ)\ \text{A}}}$.

(2 pont)

8. (12 pont) Határozza meg az áramforrás komplex látszólagos, valamint hatásos és meddő teljesítményét termelői referenciában!



$$i_A(t) = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + \tfrac{\pi}{4})\ \mathrm{A}$$
$$\omega = 10^3\ \mathrm{rad/s}$$

Megoldás:

A forrásáram komplex effektív értéke

$$\overline{I}_A = 100e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}\ \mathrm{A}$$

Az áramforrás terhelésének eredő impedanciája

$$\overline{Z} = 60 - \mathrm{j}50 + \mathrm{j}100 + 40 - \mathrm{j}100 + \mathrm{j}50 = 100\ \Omega \qquad \text{(3 pont)}$$

A forrás feszültségének komplex effektív értéke

$$\overline{U}_A = \overline{I}_A \cdot \overline{Z} = 100e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}} \cdot 100 = 10e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}\ \mathrm{kV} \qquad \text{(3 pont)}$$

Ebből a forrás komplex látszólagos teljesítménye

$$\underline{\underline{\overline{S}_A}} = \overline{U}_A \cdot \overline{I}_A^* = 10000e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}} \cdot 100e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}} = \underline{\underline{10^6 e^{\mathrm{j}0}\ \mathrm{VA}}} \qquad \text{(3 pont)}$$

A hatásos és meddő teljesítmény pedig:

$$\underline{\underline{P_A = \mathrm{Re}(\overline{S}_A) = 1\ \mathrm{MW}}}, \qquad \underline{\underline{Q_A = \mathrm{Im}(\overline{S}_A) = 0\ \mathrm{VAr}}} \qquad \text{(3 pont)}$$